

LANDAU, EDMUND; *Foundations of Analysis*. Chelsea Publishing Co., New York, 1950. Traducida del alemán por F. Steinhardt.

El estudio del método axiomático ha constituido durante los tres últimos cuartos de siglo una de las preocupaciones favoritas de un grupo de notables filósofos y matemáticos particularmente interesados en estudiar los fundamentos lógicos de la más antigua de las ciencias. Como se sabe, dicho método ha venido gradualmente sistematizándose y perfeccionándose a medida que progresaban los trabajos acerca de la estructura lógica de las ciencias matemáticas, iniciados durante el siglo pasado bajo la influencia de esa actitud crítica que el descubrimiento de las geometrías no euclidianas determinó en los matemáticos de la época.

Si se admite el punto de vista formalista, según el cual la especialidad de la matemática reside en la naturaleza estrictamente deductiva de sus verdades, resulta inevitable reconocer que toda disciplina de esta ciencia es una construcción puramente racional que parte de un cierto conjunto restringido de conceptos fundamentales no definidos y de proposiciones fundamentales no demostradas (axiomas). Los primeros deben concebirse como meros objetos de pensamiento, carentes de toda significación real o intuitiva, dotados de existencia puramente lógica, pero que no corresponden a nada determinado. En cuanto a los axiomas, son proposiciones aceptadas sin demostración como premisas iniciales de la teoría de que se trate y su función no es otra que la de establecer ciertas relaciones estrictamente lógicas entre los conceptos fundamentales. No deben satisfacer otras exigencias esenciales que la de su perfecta coherencia y la de ser suficientes para que, a partir de ellos, todas las verdades de la teoría puedan ser obtenidas mediante la deducción pura. La teoría se constituye en seguida mediante un doble mecanismo lógico: el de la definición que permite la creación de nuevos conceptos a partir de los fundamentales o de aquellos previamente definidos y el de la demostración que no es otra cosa que la demostración de nuevas verdades (teoremas) a partir de los axiomas o de teoremas previamente demostrados. Una exposición de una teoría matemática, que con rigor se ciña a estas exigencias es lo que se designa con el nombre de axiomática de esa teoría.

La obra de Landau que comentamos, merece considerarse como uno de los modelos más acabados de una axiomática, digna de compararse con la otra tan admirable construida por David Hilbert para la geometría euclidiana (*Grundlagen der Geometrie*). Fué publicada por primera vez en alemán en 1930 y debemos felicitarnos de que ahora aparezca en una correctísima versión en una lengua más difundida entre nosotros. Justamente hemos querido no desperdiciar esta oportunidad para señalar la conveniencia de su lectura a todos aquellos que se interesan por los estudios lógicos en general y particularmente por la investigación de las modernas concepciones acerca de la estructura de las teorías deductivas.

El libro puede, sin dificultad, ser leído por cualquiera persona que posea algún entrenamiento lógico y para su cabal comprensión no sólo no se requieren conocimientos matemáticos elevados, sino que hasta sería preferible que el lector pudiera olvidar lo que sobre esta ciencia pudiera haber aprendido en sus estudios elementales. Porque precisamente lo que el autor se propone es mostrarnos cómo es posible construir toda la fundamentación del análisis matemático a partir de la noción de número entero y sin emplear otro instrumento que la lógica deductiva.

El autor comienza admitiendo tres conceptos fundamentales no definidos: "número natural", "uno" y "sucesor" a los cuales se refieren cinco axiomas sencillísimos que, en el fondo, no son otra cosa que una formulación impecable de los mismos axiomas propuestos a fines del siglo pasado por Peano en su célebre Formulario de las Matemáticas. Sobre esta base tan restringida se elabora después toda una teoría rigurosamente lógica de las operaciones con números naturales, números fraccionarios, números reales y números complejos. El estudio de la obra permite comprender con claridad admirable y casi sin esfuerzo cuál es el mecanismo racional que va permitiendo la creación de las sucesivas ampliaciones o extensiones del concepto de número. De este modo se logra alcanzar una idea clara de lo que es la construcción de una verdadera teoría matemática y de las características específicas de la metodología de esta ciencia. Por eso, calurosamente debe recomendarse su lectura a quienes se interesan por estas materias cuyo alcance filosófico parece indiscutible.

*OSCAR MARIN M.*