

Memoria de largo plazo y efecto *reset* en retornos accionarios latinoamericanos

Christian Espinosa M.

Escuela de Ingeniería Comercial

Universidad Santo Tomás

christian.espinosa@santotomas.cl

Abstract

This article confirms the long term dependence of returns for stock market indexes in Chile, Argentina, Brazil and Mexico. By means of the rescaled range statistic (R/S) proposed by Hurst (1951) and studied later by Mandelbrot and Wallis (1969) and Mandelbrot (1972, 1975), and the modified rescaled range statistic (Lo, 1991), in general the existence of long run memory is confirmed. Nevertheless, when the sample is divided into two periods (pre and post Asian crisis) evidence of a reset effect is found, such that the series under study maintain their statistical properties but they lose memory.

Keywords: Hurst coefficient, modified rescaled range analysis, BDS test.

Resumen

El presente trabajo corrobora la dependencia de largo plazo en los retornos de índices bursátiles de Chile, Argentina, Brasil y México. Utilizando el estadístico rango reescalado (R/S) propuesto por Hurst (1951), y posteriormente afinados por Mandelbrot y Wallis (1969) y

Mandelbrot (1972, 1975), y el estadístico rango reescalado modificado (Lo, 1991), en general, se confirma la existencia de memoria de largo plazo. Sin embargo, cuando la muestra es separada en dos períodos (pre y poscrisis asiática) se encuentra evidencia de un efecto *reset*, el cual consiste en que las series en estudio mantienen las propiedades estadísticas pero pierden memoria.

Palabras clave: Coeficiente de Hurst, análisis rango reescalado modificado, *test* BDS.

1. Introducción

Muchos estudios han señalado que las fluctuaciones de los precios accionarios siguen un camino aleatorio. No obstante, otros trabajos han concluido que existe evidencia significativa de que los precios accionarios no siguen este tipo de proceso y muestran que los retornos de dichas acciones pueden ser predecibles tanto a corto como a largo plazo (Lo y MacKinley (1988), DeBondt y Thaler (1987) y Fama y French (1988), entre otros). En síntesis, habría persistencia en las series.

Uno de los primeros investigadores en buscar dependencias en las series temporales económicas y financieras fue Mandelbrot (1969, 1972), desde entonces muchos estudios han encontrado evidencia a favor de dicha dependencia (Greene y Fielitz (1977) y Peters (1992), por ejemplo). Sin embargo, también se encuentran en la literatura estudios en contra de dicha postura como el de Lo (1991).

En el contexto de esta discusión, estudios más recientes muestran dependencia de largo plazo en las series de activos financieros. Así, por ejemplo, Karuppiah y Los (2005) encontraron dependencia en ocho mercados asiáticos de monedas. A su vez, Sadique y Silvapulle (2001), dependencia de largo plazo en los retornos accionarios de Corea, Malasia, Singapur y Nueva Zelanda. Por su parte, Corazza y Malliaris (2002), dependencia a largo plazo en cinco mercados monetarios (la libra esterlina, el dólar canadiense,

el marco alemán, el franco suizo y el yen). Kyaw, Los y Zong (2004), utilizando *Wavelet Multiresolution Analysis* (MRA) para las series diarias de los índices bursátiles y tasas de cambio latinoamericanas¹, encontraron dependencia de largo plazo, medido a través del coeficiente de Hurst, en todos los países para las series de índices bursátiles excepto para el mercado accionario colombiano y el mercado de tipo de cambio en México. Similar resultado obtuvieron Los y Yu (2005) para el mercado accionario de China. En dicho estudio, utilizando precios de cierre diarios de los índices de las Bolsas de Valores de Shanghai y Shenzhen, se encuentra un exponente de Hurst de 0,54 y 0,55 respectivamente. Sin embargo, la evidencia presentada a favor de la existencia de dependencias en series financieras no es consistente con los resultados para países europeos. Por ejemplo, Lipka y Los (2003), en su estudio que involucra a ocho índices bursátiles correspondientes a siete países europeos², tomando muestras irregulares que van de 435 datos para el índice IBEX 35 de España a 4.437 para el índice FTSE 100 correspondiente al Reino Unido y utilizando siete técnicas diferentes para calcular el coeficiente de Hurst, encuentran distintos resultados dependiendo de la técnica utilizada. Así, el cómputo del coeficiente de Hurst varía entre 0,22 a 0,56.

En general, la evidencia empírica apoya mayoritariamente la existencia de una dependencia de largo plazo en distintas series económicas y financieras. No obstante, los métodos utilizados para contrastar esta evidencia en muchos casos difieren. Es así que para contrastar dependencia en series financieras y económicas se encuentran, por ejemplo, los planteados por Hurst (1951), Hosking (1981), Geweke y Porter-Hudak (1983), Lo (1991) y Agiakloglou *et al.* (1993) entre otros³. Por ser los más utilizados en diversos estudios, el presente trabajo contrasta el análisis del "rango reescalado" (R/S), propuesto por Hurst (1951) y posteriormente

¹Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Venezuela.

²Austria, Dinamarca, Francia, Alemania, España, Noruega y Reino Unido.

³Véanse Mills (1993) y Beran (1994) para más detalles.

afinado por Mandelbrot y Wallis (1969) y Mandelbrot (1972, 1975), y el "rango reescalado modificado" introducido por Lo (1991).

En síntesis, esta investigación presenta evidencia, en general, a favor de la dependencia de largo plazo en los retornos de índices bursátiles latinoamericanos. Adicionalmente, al separar la muestra en dos períodos (pre y poscrisis asiática), y analizar las dependencias en dichas series, se encuentra un efecto *reset*, el cual consiste en que luego de una crisis financiera los retornos de índices bursátiles mantienen las propiedades estadísticas pero pierden memoria.

El resto del trabajo se desglosa de la siguiente forma: en la sección 2 se introducen los conceptos básicos del coeficiente de Hurst, el análisis del rango reescalado (R/S) y del rango reescalado modificado (RRM). En la sección 3 se muestran los datos y estadística de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos. En la sección 4 se analizan los principales resultados. En la sección 5 se analiza el impacto de la crisis asiática en las dependencias de los retornos de índices en estudio. Finalmente, la sección 6 resume las principales conclusiones.

2. Estadístico rango reescalado

A. *Estadístico rango reescalado y el coeficiente de Hurst*

El análisis del rango reescalado, o análisis R/S, propuesto por Hurst (1951) y posteriormente afinado por Mandelbrot y Wallis (1969) y Mandelbrot (1972, 1975) es utilizado para contrastar la dependencia a largo plazo en una serie temporal. Dicho estadístico permite determinar la existencia de dependencias a largo plazo como consecuencia de la tendencia que presentan las observaciones a desviarse del valor medio durante un período de tiempo más o menos prolongado. Así, el estadístico R/S mide el rango de las desviaciones de las sumas parciales de una serie temporal respecto

de su media, reescalado por la desviación típica de la serie. El estadístico rango reescalado es definido como:

$$R / S = \frac{1}{s_n} \left[\text{Max} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) - \text{Min} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) \right] \quad (1),$$

donde

$\{x_j\}_{j=1}^k$:es una submuestra de tamaño k , formada por k observaciones consecutivas de la serie,

\bar{x}_n :es la media muestral de dicha submuestra y

s_n :es el estimador máximo verosímil de la desviación estándar de la submuestra de tamaño n , que se encuentra definido como:

$$s_n = \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2 \right]^{1/2} \quad (2).$$

La expresión dentro del corchete de la ecuación (1) es la diferencia, denominada rango, entre los valores máximo y mínimo de las sumas parciales de las primeras k desviaciones de cada observación de la submuestra respecto de su media muestral. Una vez fijados un punto de partida y un tamaño inicial de la subserie se calculan los valores de R/S correspondientes a cada una, obteniéndose el R/S medio. El proceso se repite en función de los distintos métodos⁴ que existen para seleccionar el punto de partida y el tamaño de las subseries.

⁴Algunos métodos están expuestos en Mandelbrot y Wallis (1969) y Peters (1992 y 1994).

Una consecuencia importante del análisis del rango reescalado es que permite determinar el exponente de Hurst. Mandelbrot y Wallis (1969) afirman que el rango reescalado de las subseries está asintóticamente relacionado con su longitud; formalmente plantean:

$$R/S \rightarrow (a * N)^H \quad (3),$$

donde

a : es una constante,

N : es el número de observaciones,

H : es el exponente o coeficiente de Hurst,

R/S : es el estadístico R/S que depende del tamaño de la serie y que se define como el rango de variación de la serie partido por su desviación típica.

Así, cuando $R/S(N)$ es observado sobre varios valores de N y aplicando una regresión de mínimos cuadrados ordinarios, se sigue que:

$$\log R/S = a + H \log N \quad (4),$$

donde

H : es el coeficiente de Hurst. Mandelbrot (1972) demuestra que H puede variar entre 0 y 1. Así, si se encuentra entre 0,5 y 1 indicaría persistencia en la serie, si se encuentra entre 0 y 0,5 indica no-persistencia y un valor igual a 0,5 indicaría ruido blanco.

B. Estadístico rango reescalado modificado

Lo (1991) plantea que, si bien es cierto que el análisis R/S puede detectar dependencia de largo plazo en series temporales, dicho análisis presenta sensibilidad a la dependencia de corto plazo. Para soslayar esta deficiencia plantea una modificación al rango reescalado que denomina *rango reescalado modificado* (RRM) y está expresado de la siguiente forma:

$$RRM = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)} \left[\text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x}_n) \right] \quad (5),$$

donde

$$\hat{\sigma}_n^2(q) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left\{ \sum_{i=j+1}^n (x_i - \bar{x}_n)(x_{i-j} - \bar{x}_n) \right\} \quad (6),$$

$$= \hat{\sigma}_x^2 + 2 \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \hat{\gamma}_j \quad (7),$$

siendo

$\hat{\sigma}_x^2$ y $\hat{\gamma}_j$: los estimadores de la varianza y autocovarianza muestral de X ; y

$\omega_j(q)$: corresponde a las ponderaciones sugeridas por Andrews (1991) definidas como:

$$\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{(q+1)} \quad \text{con } q < n \quad (8),$$

Lo (1991) demuestra que bajo la hipótesis nula de dependencia a corto plazo el estadístico está definido por:

$$V_n^* = \frac{1}{\sqrt{n}} RRM \quad (9),$$

donde

V_n^* : converge débilmente a un proceso estocástico con distribución conocida, obteniendo su función de distribución y los niveles de significancia, permitiendo realizar contrastes para cualquier nivel de significación⁵. Así, el rechazo de la hipótesis nula permite la aceptación de procesos que presenten memoria de largo plazo.

Una ventaja que proporciona el cálculo del rango reescalado modificado es que permite obtener de forma sencilla el coeficiente de Hurst aplicando la siguiente fórmula:

$$H = \frac{\text{Log}(RRM)}{\text{Log}(n)} \quad (10).$$

La estimación del rango reescalado modificado presenta un inconveniente que debe tomarse con cautela, este es la elección del parámetro truncado q . Es posible que valores de q relativamente grandes con respecto del número de observaciones no permita rechazar la hipótesis nula de dependencia a corto plazo (independencia), mientras que un valor de q reducido la evidencia frente a la hipótesis alternativa sea favorable. Para soslayar este inconveniente, en el presente trabajo, el rango reescalado modificado (RRM) propuesto por Lo (1991) fue estimado para valores de q igual a 45, 90, 180 y 360 días.

3. Datos y estadística de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos

Los datos seleccionados corresponden al valor de cierre diario de los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC

⁵Los valores críticos de V^* se presentan en Lo (1991, Tabla II).

correspondientes a Chile, Argentina, Brasil y México para los días que existen datos. Por lo tanto, se excluyeron aquellos días con valor nulo, cero y/o aquellos en que la bolsa del país en cuestión no operó. Un resumen de la serie final se muestra en la tabla 1.

La elección del número de datos se ajustó a los requerimientos de los diversos cálculos estimados y a la disponibilidad de los mismos. La fuente de información fue Economática.

Tabla 1

Datos utilizados en el presente estudio

PAIS	INDICE	SIGLA	DATOS	FECHA INICIO	FECHA TERMINO
Chile	IPSA	IPSA	4.088	05-05-1989	30-09-05
Argentina	MerVal	MERV	3.957	19-10-1989	07-Oct-05
Brasil	Bovespa	BVSP	4.087	15-03-1989	03-Oct-05
México	IPC	MXX	4.087	12-06-1989	29-Sep-05

A. No normalidad

La tabla 2 presenta los cuatro primeros momentos de la distribución de los retornos diarios de los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC. El retorno promedio diario es de 0,08%, 0,11%, 0,44% y 0,09% respectivamente, lo que implica un retorno anualizado de 20%, 27%, 104% y 23%, respectivamente. Resalta el alto retorno promedio del índice BOVESPA. No obstante, su desviación estándar anualizada también es la más alta siendo de un 51,67%, lo que es concordante con la teoría financiera.

Particular es el resultado de Merval que para una desviación estándar anualizada de 51,02% se esperaría un retorno promedio anualizado mayor que el registrado (26,73%), situación que no sucede. Quizás la vulnerabilidad a las crisis financieras internacionales puede explicar esta situación, cuestión que es analizada más adelante.

El coeficiente *skewness* para IPSA, Merval y BOVESPA genera un estadístico z de 6,54, -56,91 y 9,47 respectivamente, lo que permite rechazar la hipótesis nula de que sea cero. Sólo IPC presenta un estadístico z de -1,14 que hace aceptar la hipótesis nula. Por su parte, el coeficiente de *kurtosis* genera un estadístico z de 54,10, 997,58, 91,10 y 72,76 para IPSA, Merval, BOVESPA e IPC, respectivamente. Es decir, se rechaza con fuerza que los retornos de los índices bursátiles puedan ser representados por una función con coeficientes de *kurtosis* de 3 y es consistente con lo encontrado por vez primera en Chile por Gregoire (1984). Esta característica es observada habitualmente en retornos de activos financieros (*leptokurtosis*).

Tabla 2
Estadística de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos

	IPSA	MERVAL	BOVESPA	IPC
n	4087	3956	4086	4086
Max.	8,98%	29,000%	30,792%	12,154%
Min.	-7,67%	-75,694%	-25,199%	-14,314%
Media	0,08%	0,111%	0,435%	0,094%
Des. St.	1,22%	3,293%	3,336%	1,617%
Skewness	0,251	-2,216	0,363	-0,044
Kurtosis	7,146	80,701	9,982	8,576
JB	2969,35	998409,18	8388,64	5294,73

El *test* de Jarque-Bera complementa los hallazgos y sus resultados muestran, claramente, que la probabilidad de que los retornos de índices bursátiles latinoamericanos provengan de una distribución normal es casi nula.

B. No linealidad

Para probar no linealidad se emplea el *test* BDS. La prueba BDS (desarrollada por Brock, Dechert y Scheinkman en 1987 e

implementada junto con LeBaron en 1996) es un *test* no paramétrico con la hipótesis nula de que una determinada serie temporal es independiente e idénticamente distribuida (i.i.d.).

De acuerdo a Brock (1986), la prueba BDS se aplica sobre los residuos de un modelo ajustado con el mejor retardo de un proceso autorregresivo. Lo anterior, para evitar posibles rechazos de la hipótesis nula debido a la dependencia lineal. Así, se propone este *test* como un método indirecto de analizar la no linealidad.

El *test* BDS sigue asintóticamente una distribución normal con media cero y varianza unitaria. Además, es relativamente eficiente para muestras superiores a 200 observaciones (Granger y Teräsvirta, 1993) y tiene potencia para detectar dependencia no lineal determinista y dependencia no lineal estocástica.

Siguiendo a Brock (1986), el *test* BDS se aplicó a las series de retornos de los índices bursátiles y a las series de residuos de los modelos estimados AR(1), AR(2), AR(1) y AR(1) correspondientes a los índices IPSA, Merval, BOVESPA e IPC, respectivamente (véase tabla 3). Claramente, los resultados muestran que existen estructuras no lineales en las series de retornos de índices bursátiles y en las series de residuos estimados.

Tabla 3
Resultado del estadístico BDS

		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
IPSA	$\sigma/2$	22,2260	26,0836	30,6014	36,2612	43,8701	54,6704	68,8946	91,1548	125,5134
	σ	23,6592	26,7043	29,3972	32,2230	35,7725	40,1225	45,1203	51,3531	59,1685
	1.5σ	24,7047	27,2508	28,9101	30,3574	32,0447	33,8781	35,8444	38,1790	40,7692
	2σ	24,1568	26,2597	27,2336	27,9092	28,5568	29,2265	29,8673	30,7253	31,5979
Merval	$\sigma/2$	18,5202	26,0455	32,4038	39,2825	47,5963	58,5790	74,0392	94,8456	124,6395
	σ	20,7618	27,1836	31,7505	36,1020	40,7771	45,8710	52,0981	59,1650	67,7767
	1.5σ	20,6256	25,3924	28,5470	31,1691	33,6584	35,9981	38,5896	41,1923	43,9843
	2σ	19,9047	23,1589	25,4733	27,1286	28,4800	29,5207	30,5462	31,4672	32,4211
BOVESPA	$\sigma/2$	18,6801	26,0453	34,7300	45,8532	60,5276	80,3090	110,0757	153,2112	214,6235
	σ	21,1844	27,7186	34,6234	41,8008	49,7486	59,3860	71,5951	86,8241	106,0888
	1.5σ	21,3654	26,7655	31,6064	35,6979	39,5277	43,6556	48,2134	53,2523	58,9254
	2σ	19,9611	24,3639	27,8859	30,2456	32,1760	34,1791	36,1298	38,0513	39,9249
IPC	$\sigma/2$	14,5126	17,2960	20,0815	22,4984	25,4421	29,5881	34,5688	39,8501	47,0616
	σ	15,7413	18,6580	21,0105	22,9951	25,3338	28,2946	31,6367	35,3534	39,9296
	1.5σ	15,5873	18,6858	20,8173	22,1857	23,6995	25,4000	27,1383	28,8864	30,7887
	2σ	14,5610	17,8626	19,8159	20,6598	21,5035	22,3498	23,0669	23,7144	24,3431

Test BDS aplicado a la serie de retornos de los índices IPSA, Merval, BOVESPA e IPC, respectivamente.

(Continúa)

		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
IPSA	$\sigma/2$	15,4791	19,5986	23,4710	28,4979	35,1137	43,8824	55,1138	70,9825	93,9753
	σ	17,2477	21,3605	24,4311	27,4211	30,9133	34,9336	39,4395	44,9114	51,6651
	1.5σ	18,5005	22,5727	25,0087	26,8550	28,7092	30,6257	32,6365	34,9138	37,3948
	2σ	18,1450	21,5556	22,7306	23,2826	23,6541	24,0674	24,3628	24,7867	25,1144
MERVAL	$\sigma/2$	17,9350	25,8873	32,3561	39,2320	47,6994	58,7416	74,3294	95,2582	125,5094
	σ	20,0627	26,6162	31,2568	35,6612	40,3373	45,4015	51,5269	58,4524	66,9155
	1.5σ	19,6301	24,4615	27,7622	30,4752	32,9641	35,2968	37,8873	40,4682	43,2339
	2σ	20,6147	23,3112	25,1840	26,1697	26,7065	27,0343	27,3300	27,5213	27,7068
BOVESPA	$\sigma/2$	19,3271	26,8459	35,9399	47,2960	62,4355	82,9165	113,4545	158,2355	224,1547
	σ	20,9592	27,6131	34,6507	41,7743	49,7196	59,3612	71,6074	86,9103	106,3630
	1.5σ	20,7815	26,4815	31,5231	35,6724	39,4909	43,6559	48,2040	53,2268	58,8932
	2σ	18,1636	22,5487	25,1712	26,5976	27,7788	28,8746	29,8278	30,6520	31,3678
IPC	$\sigma/2$	14,5583	17,2572	19,9967	22,3145	25,1734	29,3595	34,3882	39,8410	47,2495
	σ	15,7667	18,6427	21,0062	22,9803	25,2956	28,2498	31,5928	35,3041	39,8739
	1.5σ	15,5644	18,6502	20,8128	22,1923	23,6926	25,3799	27,0991	28,8313	30,7144
	2σ	13,4936	16,7538	18,5841	19,1043	19,6088	20,0051	20,2283	20,4094	20,5313

Test BDS aplicado a la serie de residuos de los modelos estimados AR(1), AR(2), AR(1) y AR(1) correspondientes a los índices IPSA, MERVAL, BOVESPA e IPC, respectivamente.

4. Resultados

La tabla 4 muestra los resultados de la estimación del coeficiente de Hurst siguiendo dos metodologías. La primera (Hurst*) de acuerdo a la regresión por mínimos cuadrados ordinarios ($\log R/S = a + H \log N$) donde H corresponde al coeficiente de Hurst; la segunda (Hurst**) correspondiente a la metodología del análisis del rango reescalado modificado⁶ (Lo, 1991).

Los resultados evidencian persistencia en las series de retornos de los índices bursátiles latinoamericanos, siendo los coeficientes de Hurst mayores a 0,50. Estos resultados son consistentes con los encontrados por Peters (1994), Karuppiah y Los (2005), Sadique y Silvapulle (2001), Corazza y Malliaris (2002), Kyaw, Los y Zong (2004), Los y Yu (2005) en distintos mercados.

Hay que destacar la significancia individual⁷ del coeficiente así como el alto nivel de bondad de ajuste (R^2) de la regresión. Adicionalmente, se presentan los resultados del estadístico Ljung-

⁶Para evitar sesgo de acuerdo al valor de q , se estimó el coeficiente de Hurst con $q=0$. No obstante, para estimaciones con $0 < q < 180$, en todos los casos, el coeficiente de Hurst fue mayor a 0,5.

⁷El estadístico t es estadísticamente significativo al nivel del 5%.

Box, columnas 6, 7, 8 y 9 de la tabla 4, que avalan la presencia de autocorrelación serial en dichas series.

En resumen, de acuerdo con el coeficiente de Hurst, las series de retornos de los índices bursátiles latinoamericanos presentan memoria de largo plazo y autocorrelación serial.

Tabla 4
Estimación del Coeficiente de Hurst

INDICE	HURST*	Estadístico t	R2	HURST**	Q(5)	Q(10)	Q(15)	Q(20)
IPSA	0,63	122,11	0,998	0,61	283,22	298,16	318,09	320,94
MerVal	0,59	67,34	0,995	0,59	85,12	111,87	122,28	127,09
Bovespa	0,68	26,74	0,969	0,69	88,98	153,28	161,46	181,33
IPC	0,56	78,33	0,996	0,54	71,59	75,82	86,10	92,35

Hurst* corresponde al cómputo de acuerdo a la regresión por mínimos cuadrados ordinarios:
 $\log R/S = a + H \log N$.

Hurst** corresponde a la metodología del análisis del rango reescalado modificado (Lo, 1991).
Todos los coeficientes de Hurst son mayores a 0,50, lo que indica persistencia en las series.

Q() corresponde al estadístico Ljung-Box.

La tabla 5 muestra los resultados de la estimación de los estadísticos análisis del rango reescalado (V_n) y del rango reescalado modificado (V^*) para valores de q iguales a 45, 90, 180 y 360 días. Se ha señalado con un asterisco cuando el estadístico es significativo a un nivel de significancia del 5%.

Tabla 5
Estimación del contraste del análisis del rango reescalado

INDICE	V_n	$V(45)$	$V(90)$	$V(180)$	$V(360)$
IPSA	2,5302*	2,5303*	2,5304*	2,5307*	2,5312*
MERVAL	2,0739*	2,1248*	2,1796*	2,3032*	2,6305*
BOVESPA	4,8656*	4,8667*	4,8678*	4,8699*	4,8743*
IPC	1,4441	1,4469	1,4497	1,4554	1,4670

En la columna 2 se muestra el resultado del estadístico rango reescalado (V_n).

Desde la columna 3 a la 6 se muestran los resultados del análisis del rango reescalado modificado (V^*) para $q=45, 90, 180$ y 360 días. Los valores críticos fueron tomados siguiendo a Lo (1991).

* Estadísticamente significativo al nivel del 5%.

Se encuentra que para países como Chile, Argentina y Brasil se evidencia dependencia de largo plazo en las series de retornos de índices bursátiles medido por el estadístico Vn . Sin embargo, los retornos del índice IPC de México rechazan la hipótesis de memoria de largo plazo. Esto, a diferencia de la estimación del coeficiente de Hurst que se encontró en todas las series dependencia de largo plazo.

Los resultados del estadístico rango reescalado modificado (V^*) son consistentes con los del estadístico Vn y no presentan diferencias sustanciales.

Cabe señalar que durante el período de análisis ocurrieron importantes crisis financieras que pueden estar influyendo en los resultados. En particular, la crisis asiática, por la magnitud y repercusión que tuvo en Latinoamérica, puede haber influenciado en el comportamiento de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos. Por lo anterior, se separó la muestra para analizar las dependencias en las series.

5. Crisis asiática y dependencias en los retornos de índices bursátiles latinoamericanos

La tabla 6 presenta los cuatro primeros momentos de la distribución de los retornos diarios de los índices bursátiles IPSA, Merval, BOVESPA e IPC para los periodos pre y poscrisis asiática. Se observa que los retornos en el período precrisis son mayores que en el período poscrisis.

Al igual que en el período de análisis completo, el coeficiente *skewness* para IPSA, Merval y BOVESPA genera un estadístico z que permite rechazar la hipótesis nula de que sea cero y sólo el índice IPC presenta un estadístico z que hace aceptar la hipótesis nula. Por su parte, el coeficiente de *kurtosis* genera un estadístico z que permite rechazar con fuerza que los retornos de los índices bursátiles puedan ser representados por una función con coeficientes de *kurtosis* de 3. Por último, el *test* de Jarque-Bera complementa los hallazgos y sus resultados muestran, claramente, que la probabilidad

de que los retornos de índices bursátiles latinoamericanos provengan de una distribución normal es casi nula.

Tabla 6
Estadística de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos en los periodos pre y poscrisis asiática

	IPSA		MERVAL		BOVESPA		IPC	
	Pre - C. Asiática	Post - C. Asiática	Pre - C. Asiática	Post - C. Asiática	Pre - C. Asiática	Post - C. Asiática	Pre - C. Asiática	Post - C. Asiática
n	2030	2057	1911	2045	2038	2048	2012	2074
Max.	8.983%	8.371%	29.000%	16.117%	30.792%	28.818%	9.779%	12.154%
Min.	-5.873%	-7.666%	-75.694%	-14.765%	-25.199%	-17.229%	-8.395%	-14.314%
Media	0.140%	0.027%	0.194%	0.033%	0.829%	0.042%	0.130%	0.059%
Des. St.	1.306%	1.119%	3.997%	2.458%	3.991%	2.459%	1.568%	1.662%
Skewness	0.227	0.230	-2.561	-0.172	0.134	0.455	-0.036	-0.043
Kurtosis	5,781	9,187	75,953	7,929	7,255	16,708	6,416	10,186
JB	671,51	3,297,43	425,863,61	2,079,21	1,543,51	16,098,84	978,68	4,461,24

La tabla 7 (a y b) muestra los resultados del estadístico BDS aplicado a las series de retornos de los índices bursátiles y a las series de residuos de los modelos estimados AR(1), AR(2) AR(1) y AR(1) correspondientes a los índices IPSA, MERVAL, BOVESPA e IPC, respectivamente, para los periodos pre y poscrisis asiática. Los resultados evidencian que existen estructuras no lineales en las series de retornos y de residuos estimados en los índices bursátiles latinoamericanos.

La tabla 8 muestra los resultados de la estimación del coeficiente de Hurst para los periodos pre y poscrisis asiática siguiendo dos metodologías. Los resultados, al igual que en análisis del período completo, evidencian persistencia en las series de retornos de los índices bursátiles latinoamericanos. En particular, todos los coeficientes de Hurst, en ambas metodologías, son mayores a 0,50, lo que indica persistencia en las series.

La tabla 9 muestra los resultados de la estimación de los estadísticos análisis del rango reescalado (Vn) y del rango reescalado modificado (V^*) para valores de q iguales a 45, 90, 180 y 360 días en los periodos de pre y poscrisis asiática señalando con un asterisco cuando el estadístico es significativo a un nivel del 5%.

Tabla 7a
Resultado del estadístico BDS precrisis asiática

		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
IPSA	$\sigma/2$	19,2025	22,5827	27,1388	33,5612	43,4206	58,9468	81,3551	115,3985	171,0631
	σ	18,5019	20,3294	22,0704	24,1434	26,8507	30,1634	33,9801	38,6812	44,6837
	1.5σ	17,5364	18,7440	19,6923	20,5203	21,5477	22,6354	23,7882	25,3401	27,0654
	2σ	16,5813	17,3385	17,7851	17,9784	18,2516	18,5999	18,8222	19,3499	19,8817
MERVAL	$\sigma/2$	17,6221	26,3739	35,0612	46,3042	61,7794	83,5154	116,2155	166,9315	248,4877
	σ	16,5521	21,8614	26,2043	30,7411	35,8718	41,6530	48,9557	57,6619	68,2452
	1.5σ	15,5420	18,4515	20,7801	22,8737	24,8972	26,7126	28,6896	30,7692	33,0659
	2σ	16,2912	18,3306	19,8571	20,9301	21,7018	22,2295	22,7657	23,2878	23,8260
BOVESPA	$\sigma/2$	11,9317	19,1896	29,8511	48,0315	79,1115	134,2906	239,4635	444,9450	842,7127
	σ	12,1641	16,4269	21,5863	27,2606	33,9322	42,6234	54,5815	71,0294	94,2515
	1.5σ	12,1605	15,2559	18,4186	20,9863	23,4033	26,1627	29,2100	32,6620	36,5174
	2σ	12,3351	14,9429	17,0807	18,4733	19,6615	20,8349	21,9744	23,1455	24,2745
IPC	$\sigma/2$	10,2030	11,6702	13,2314	14,6518	16,8345	19,1867	22,9270	26,7768	29,1951
	σ	11,7250	12,8293	13,5759	14,2691	15,2464	16,4454	17,6012	18,7996	20,3485
	1.5σ	12,7022	13,9789	14,5479	14,9020	15,4766	16,1135	16,7329	17,3352	18,0682
	2σ	12,5972	14,4208	15,0419	15,2003	15,4889	15,7072	15,8876	16,0648	16,2577
IPSA		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
	$\sigma/2$	12,7390	15,8965	19,8264	24,9555	32,7696	44,4614	60,5453	89,0957	13,5729
	σ	13,0095	15,7873	17,8936	19,9753	22,5774	25,7008	29,2160	33,2246	38,2491
	1.5σ	12,9885	15,6755	17,1495	18,2295	19,3480	20,5042	21,7097	23,1933	24,8589
2σ	12,5960	14,4635	15,0119	15,1080	15,1966	15,3015	15,2945	15,4973	15,6592	
MERVAL	$\sigma/2$	17,9350	25,8873	32,3561	39,2320	47,6994	58,7416	74,3294	95,2582	125,5094
	σ	20,0627	26,6162	31,2568	35,6612	40,3373	45,4015	51,5269	58,4524	66,9155
	1.5σ	19,6301	24,4615	27,7622	30,4752	32,9641	35,2968	37,8873	40,4682	43,2339
	2σ	20,6147	23,3112	25,1840	26,1697	26,7065	27,0343	27,3300	27,5213	27,7068
BOVESPA	$\sigma/2$	12,0697	19,6740	30,8625	49,3496	80,9940	13,6943	24,2908	44,8982	84,6201
	σ	11,8670	16,4637	21,8818	27,6039	34,2947	43,1346	55,2383	72,0429	95,8702
	1.5σ	11,6961	15,3023	18,7469	21,3637	23,8337	26,6725	29,7789	33,3010	37,2623
	2σ	11,4165	14,4517	16,1344	17,1858	18,1480	18,8721	19,4355	19,9156	20,3206
IPC	$\sigma/2$	10,2912	11,6240	13,0304	14,3444	16,6186	19,0810	22,5071	25,6424	28,1052
	σ	11,7567	12,8289	13,5762	14,2796	15,2461	16,4296	17,5679	18,7765	20,3416
	1.5σ	12,7026	13,9569	14,5736	14,9469	15,5102	16,1458	16,7644	17,3685	18,1011
	2σ	12,2016	14,2344	14,7996	14,8077	14,8889	14,8818	14,7918	14,7470	14,6593

Test BDS aplicado a la serie de retornos de los índices IPSA, MERVAL, BOVESPA e IPC (cuadro superior) y a la serie de residuos de los modelos estimados AR(1), AR(2) AR(1) y AR(1) respectivamente (cuadro inferior), para el período precrisis asiática.

Tabla 7b
Resultado del estadístico BDS poscrisis asiática

		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
IPSA	$\sigma/2$	11,7228	14,3234	16,5649	19,1794	22,2381	26,8166	32,3794	40,2186	49,8220
	σ	13,3243	15,6030	17,2056	18,6335	20,4157	22,7341	25,2391	28,5310	32,4264
	1.5σ	15,4446	17,7179	18,9417	19,9107	20,9871	22,1964	23,4116	24,8140	26,3361
	2σ	16,4106	18,5962	19,3726	20,0147	20,5322	21,0827	21,6356	22,1502	22,6758
MERVAL	$\sigma/2$	6,3664	8,9988	10,9823	12,6226	13,8226	16,0465	18,9148	22,2841	24,9574
	σ	8,3637	11,1708	12,9869	14,3955	15,8264	17,3619	19,2549	21,1132	23,4399
	1.5σ	10,0411	12,7519	14,3187	15,4245	16,4953	17,4867	18,6406	19,7179	20,9513
	2σ	10,4379	13,1494	14,5241	15,3896	16,1219	16,7433	17,4245	17,9664	18,5241
BOVESPA	$\sigma/2$	8,5654	10,0516	11,8777	13,1050	14,9243	15,9693	17,6197	18,5946	19,3024
	σ	9,6050	10,9725	12,8106	14,2012	15,5778	16,9009	18,4947	19,9847	21,5205
	1.5σ	12,3857	14,2258	16,0349	17,2483	18,2975	19,3314	20,4124	21,4550	22,4028
	2σ	13,9952	16,4121	18,0163	18,9022	19,5314	20,1244	20,7065	21,2326	21,6768
IPC	$\sigma/2$	10,5491	13,6148	16,6138	19,3459	22,2356	26,6532	32,5159	39,5631	50,6679
	σ	10,5128	13,6951	16,4462	18,6763	21,1933	24,4419	28,2996	32,8394	38,4056
	1.5σ	9,1772	12,1850	14,5616	16,0679	17,5805	19,3381	21,0831	22,8851	24,7778
	2σ	8,0476	10,8109	12,9102	13,9067	14,7784	15,7162	16,4854	17,1717	17,8378
		m=2	m=3	m=4	m=5	m=6	m=7	m=8	m=9	m=10
IPSA	$\sigma/2$	8,7283	11,4590	13,4535	15,9379	19,0358	23,2226	27,7101	33,7253	41,2133
	σ	10,1610	12,9741	14,7461	16,4004	18,1985	20,3602	22,6923	25,7631	29,2716
	1.5σ	11,8440	14,7476	16,4541	17,7196	18,9524	20,2340	21,4922	22,9132	24,3740
	2σ	12,2958	15,1732	16,2626	16,9551	17,4157	17,8496	18,2509	18,5574	18,7682
MERVAL	$\sigma/2$	16,5886	25,5049	33,9304	44,7395	59,5550	80,2041	111,1546	158,7434	234,9980
	σ	15,5796	20,9971	25,4298	29,9784	35,0511	40,6899	47,7691	56,1895	66,4688
	1.5σ	14,6460	17,8354	20,3111	22,4380	24,4248	26,2132	28,2049	30,2896	32,5882
	2σ	17,2588	19,4879	20,3876	21,0309	21,3413	21,4174	21,4791	21,4670	21,4738
BOVESPA	$\sigma/2$	8,9474	10,2122	12,0745	13,4748	15,3809	16,6322	18,4507	19,1931	17,2362
	σ	10,0389	11,2214	12,8666	14,2266	15,6219	16,9946	18,5811	20,0871	21,5461
	1.5σ	12,7171	14,4192	16,1265	17,3398	18,4054	19,4409	20,5348	21,5898	22,5636
	2σ	14,5249	17,3669	18,6160	19,2474	19,6649	19,9697	20,3069	20,5301	20,6383
IPC	$\sigma/2$	10,5886	13,6092	16,5781	19,2753	22,1695	26,5719	32,5481	39,6835	51,2996
	σ	10,4970	13,6428	16,4011	18,6215	21,1340	24,3873	28,2250	32,7505	38,3174
	1.5σ	9,1538	12,1488	14,5319	16,0467	17,5557	19,3034	21,0390	22,8347	24,7243
	2σ	6,8960	9,4787	11,5026	12,2104	12,8408	13,3814	13,7531	14,0351	14,2775

Test BDS aplicado a la serie de retornos de los índices IPSA, MERVAL, BOVESPA e IPC (cuadro superior) y a la serie de residuos de los modelos estimados AR(1), AR(2) AR(1) y AR(1), respectivamente (cuadro inferior), para el periodo poscrisis asiática.

Tabla 8
Estimación del coeficiente de Hurst

PRE CRISIS

INDICE	HURST*	Estadístico t	R2	HURST**	Q(5)	Q(10)	Q(15)	Q(20)
IPSA	0,67	137,43	0,999	0,61	151,87	171,55	185,46	188,07
MerVal	0,60	79,09	0,996	0,58	65,40	86,62	96,71	100,68
Bovespa	0,66	49,11	0,991	0,64	59,44	87,12	94,27	103,22
IPC	0,61	127,79	0,999	0,58	63,13	66,18	74,16	78,54

POST CRISIS

INDICE	HURST*	Estadístico t	R2	HURST**	Q(5)	Q(10)	Q(15)	Q(20)
IPSA	0,61	75,73	0,996	0,58	137,86	151,44	159,12	167,14
MerVal	0,59	59,19	0,993	0,57	11,93	33,24	33,95	36,20
Bovespa	0,56	53,67	0,992	0,51	10,99	40,60	48,19	49,52
IPC	0,55	55,35	0,993	0,51	19,90	25,92	32,76	39,39

Hurst* corresponde al cómputo de acuerdo a la regresión por mínimos cuadrados ordinarios:
 $\log R/S = a + H \log N$.

Hurst** corresponde a la metodología del análisis del rango reescalado modificado (Lo, 1991). Todos los coeficientes de Hurst son mayores a 0,50, lo que indica persistencia en las series.

Q() corresponde al estadístico Ljung-Box.

Tabla 9
Estimación del contraste del análisis del rango reescalado

PRE CRISIS

INDICE	Vn	V(45)	V(90)	V(180)	V(360)
IPSA	2,3723*	2,3723*	2,3724*	2,3725*	2,3727*
MERVAL	1,7710	1,8314	1,8984*	2,0579*	2,5530*
BOVESPA	2,9881*	2,9883*	2,9884*	2,9887*	2,9894*
IPC	1,7782	1,7852	1,7922	1,8065	1,8361

POST CRISIS

INDICE	Vn	V(45)	V(90)	V(180)	V(360)
IPSA	1,8144	1,8285	1,8428	1,8725*	1,9366*
MERVAL	1,6980	1,6986	1,6991	1,7001	1,7023
BOVESPA	1,0992	1,0992	1,0992	1,0993	1,0993
IPC	1,1183	1,1363	1,1552	1,1960	1,2927

En la columna 2 se muestra el resultado del estadístico rango reescalado (V_n).

Desde la columna 3 a la 6 se muestran los resultados del análisis del rango reescalado modificado ($V(q)$) para $q = 45, 90, 180$ y 360 días. Los valores críticos fueron tomados siguiendo a Lo (1991).

* Estadísticamente significativo al nivel del 5%.

En el período precrisis se encuentra que en países como Chile y Brasil se evidencia dependencia de largo plazo en las series de retornos de índices bursátiles medido por el estadístico Vn . No obstante, a medida que q toma un valor mayor se incorpora a esta observación el índice Merval de Argentina. Puntualmente, cuando q es mayor a 90 días.

Al igual que lo encontrado para el período completo, los retornos del índice IPC de México rechazan la hipótesis de memoria de largo plazo. Esto, a diferencia de la estimación del coeficiente de Hurst, en donde se encontró dependencia de largo plazo en todas las series.

Para el período poscrisis asiática se rechaza la hipótesis de memoria de largo plazo en las series de retornos de índices bursátiles latinoamericanos para todos los países en estudio, excepto Chile, cuando el parámetro truncado q es mayor a 180 días. A su vez, los resultados del estadístico rango reescalado modificado (V^*) son consistentes con los del estadístico Vn y no presentan diferencias sustanciales. Con esto, se evidencia un efecto *reset* en los retornos de índices bursátiles latinoamericanos. Es decir, a pesar de que mantienen las propiedades estadísticas que tenían antes de una crisis financiera, luego que ocurren éstas las series de retornos bursátiles pierden memoria⁸.

Esta "pérdida de memoria" no solo ocurre en la crisis asiática, sino que también se observa en otras similares. Por ejemplo, en el período poscrisis mexicana conocida como "efecto tequila" (véase tabla 10).

El efecto *reset* puede ser una explicación fuerte del porqué los modelos predictivos de retornos accionarios no son eficientes en el largo plazo. Así, esta evidencia se torna trascendental en la administración de portafolios de inversión, por cuanto éstos deben

⁸Si bien el coeficiente de Hurst es mayor a 0,5 en todos los índices bursátiles, el estadístico rango reescalado modificado (Lo, 1991) presenta evidencia fuerte en contra de memoria de largo plazo. No obstante, se ha encontrado evidencia que el análisis de Lo (1991) sobrerrechaza la hipótesis de memoria larga (Teverovsky, Taqqu y Willinger (1999)).

considerar la cantidad de memoria que pierden las series financieras para optimizar su cartera.

Tabla 10

Estimación del contraste del análisis del rango reescalado

INDICE	Datos	Hurst	Vn	V(5)	V(20)	V(45)
IPSA	632	0,53	1,2143	1,2216	1,2443	1,2850
MERVAL	635	0,54	1,3008	1,3397	1,4815	1,8688*
BOVESPA	624	0,55	1,3951	1,4350	1,5788	1,9596*
IPC	635	0,54	1,2868	1,3055	1,3668	1,4916

En la columna 3 se muestra el resultado del coeficiente de Hurst de acuerdo a la metodología del análisis del rango reescalado modificado.

La columna 4 corresponde al estadístico rango reescalado (Vn).

En las columnas 5, 6 y 7 se muestran los resultados del análisis del rango reescalado modificado ($V(\cdot)$) para $q = 5, 20$ y 45 días. Los valores críticos fueron tomados siguiendo a Lo (1991).

* Estadísticamente significativo al nivel del 5%.

6. Conclusiones

En el presente trabajo se han utilizado las técnicas habitualmente usadas para detectar dependencia de largo plazo en series financieras. Así, se utilizó, primeramente, el coeficiente de Hurst y luego el análisis del rango reescalado de acuerdo a lo propuesto por Hurst (1951), y posteriormente afinados por Mandelbrot y Wallis (1969) y Mandelbrot (1972, 1975), y el estadístico rango reescalado modificado implementado por Lo (1991).

Luego de aplicar dichos estadísticos a las series de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos se corrobora la presencia de memoria de largo plazo en todas las series por la vía del coeficiente de Hurst. Al aplicar el análisis del rango reescalado, propuesto por Lo (1991), se confirma la presencia de memoria de largo plazo en todas las series, exceptuando el índice IPC de México.

También se muestran las características de los retornos de índices bursátiles latinoamericanos, las cuales son contundentes en afirmar no normalidad, no linealidad y presentar autocorrelación serial.

Por último, al separar la muestra en dos períodos (pre y pos-crisis asiática) se mantienen las características estadísticas de los retornos de los índices bursátiles latinoamericanos. Sin embargo, al analizar las dependencias en dichas series se encuentra un efecto *reset*, el cual consiste en que luego de una crisis financiera los retornos de índices bursátiles mantienen las propiedades estadísticas pero pierden memoria, lo que hace que los portafolios de inversión deban rebalancearse de acuerdo al nuevo comportamiento de dichas series.

Finalmente, la presencia de memoria de largo plazo en los retornos de índices bursátiles latinoamericanos valida la utilización de modelos no lineales con memoria larga, como lo son los modelos ARFIMA, para la predicción de la evolución de dichas series.

Referencias

- AGIAKLOGLOU, NEWBOLD y WOHAR (1993), "Bias in an estimator of the fractional difference parameter", *Journal of Time Series Analysis*, 14, pp. 235-246.
- ANDREWS D.W.K. (1991), "Heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimation", *Econometrica*, 59, pp. 817-858.
- BERAN J. (1994), "Statistics for Long-Memory Processes", Chapman & Hall, London, UK.
- BROCK, W.A. (1986), "Distinguishing Random and Deterministic Systems: Abridge Version", *Journal of Economic Theory*, 40, pp. 168-195.
- BROCK, W.A., W.D. DECHERT, and J. SCHEINKMAN (1987), "A test for independence based on the correlation dimension", Department of Economics, University of Wisconsin, University of Houston and University of Chicago (Revised Version, 1991, Brock, W.A., W.D. Dechert, J. Scheinkman, and B.D. LeBaron).

- BROCK, W.A., W.D. DECHERT, SCHEINKMAN J, y B. LEBARON (1996), "A test for independence based on the correlation dimension", *Econometric Reviews*, 15(3), pp. 197-235.
- CORAZZA, M. y A.G. MALLIARIS (2002), "Multi-fractality in foreign currency markets", *Multinational Finance Journal* 6, pp. 65-98.
- DEBONDT, W. y R. THALER (1987), "Test for Hurst Effect", *Biometrika* 74, pp. 95-101.
- FAMA, E. (1970), "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work", *Journal of Finance*, 25, pp. 383-417.
- FAMA, E. y K.R FRENCH (1988), "Permanent and temporary components of stock prices", *Journal of Political Economy* 98, pp. 247-273.
- GEWEKE, J. y S. PORTER-HUDAK (1983), "The estimation of and application of long memory time series models", *Journal of Time Series Analysis* 3, pp. 221-38.
- GRANGER, C.W.J., T. TERÄSVIRTA (1993), "Modelling nonlinear economic relationship", *Oxford University Press*, New York.
- GREENE, M. y B. FIELITZ (1977), "Long term dependence in common stock returns", *Journal of Financial Economics* 4, pp. 339-349.
- GREGOIRE, JORGE (1984), "Distribuciones Pareto-Lévy para retornos de acciones en Chile", *Estudios de Economía*, Universidad de Chile, Departamento de Economía, N° 22, primer semestre 1984.
- HOSKING J.R.M. (1981), "Fractional differencing", *Biometrika* 68, pp. 165-176.
- HURST, H.E. (1951), "Long-term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers* 116, pp. 770-799.
- KARUPPIAH, J. y C. LOS (2005), "Wavelet multiresolution analysis of high-frequency Asian FX rates", *International Review of Financial Analysis* 14, pp. 211-246.

- KYAW, N., C. LOS y S. ZONG (2004), "Persistence characteristics of Latin American financial markets", *Journal of Multinational Financial Management* 15, 41 pages (Accepted on 8/5/2005. In press, MULFIN 252).
- LEBARON, B. (1994), "Chaos and nonlinear forecastability in Economics and Finance", *Philosophical Transactions of Royal Society of London, Series A*, 348, pp. 397-404.
- LIPKA, J.M. y C. LOS (2003), "Long-Term Dependence Characteristics of European Stock Indices", *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance N° 0409044.
- LO, A.W. (1991), "Long-term memory in stock market prices", *Econometrica* 59, pp. 1279-1313.
- LO, A. y A.C. MACKINLEY (1988), "Stock market prices do not follow random walk: Evidence from a simple specification test", *Review of Financial Studies* I, pp. 41-66.
- LOS, C. y B. YU (2005), "Persistence Characteristics of the Chinese Stock Markets", *Economics Working Paper Archive*, EconWPA, Finance N° 0508008.
- MANDELBROT, B. (1969), "Long-run linearity, locally Gaussian process, H-spectra, and infinite variances", *International Economic Review* 10, pp. 82-111.
- MANDELBROT, B. (1972), "A statistical methodology for non-periodic cycles: From the covariance to R/S analysis", *Annals of Economic and Social Measurement*, 1, pp. 259-290.
- MANDELBROT, B. (1975), "Limit theorems on the self-normalized range for weakly and strongly dependent processes, Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete", pp. 271-285.

- MANDELBROT, B. y J.R. WALLIS (1969), "Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of noncyclic long-run statistical dependence", *Water Resources Research*, 5, pp. 967-988.
- MILLS, T. (1993), "The econometric modelling of financial time series", Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- PETERS, E. (1992), "R/S Analysis Using Logarithmic Returns: A Technical Note", *Financial Analysts Journal*, 48 - 6, November/December, pp. 81-82.
- PETERS, E. (1994), "Fractal Market analysis: Applying chaos theory to investment and economics", John Wiley and Sons Inc.
- PETERS E. (1996), "Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility", 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc.
- SADIQUE, S., y P. SILVAPULLE (2001), "Long-term memory in stock market returns: international evidence", *International Journal of Finance and Economics* 6, pp. 59-67.
- TEVEROVSKY, V., M. TAQQU y W. WILLINGER (1999), "Stock Market Prices and Long-Range Dependence", *Finance and Stochastics*, Vol. 3, Iss. 1.