Dr. Gerold Stahl

La lógica de las preguntas

Lo poco que se ha dicho y escrito sobre la *lógica de las preguntas,* o *lógica erotética,* proviene casi siempre de una actitud negativa, señalándose que no es posible tratarla en forma exacta o, en caso contrario, no se podría utilizar uno de los simbolismos usuales. Este artículo se limita a algunas consideraciones generales, las cuales, sin embargo, dejan ver que un tratamiento simbólico de la lógica de las preguntas en forma paralela a la lógica de las proposiciones (enunciados) es posible.

Nos limitaremos a preguntas que son *exposiciones de problemas,* excluyendo de este modo preguntas meramente retóricas, etc., y no investigaremos las preguntas en forma aislada, sino relacionadas con sus respuestas.

Un concepto esencial es el de la "respuesta propia". Para que una respuesta sea propia tiene que cumplir con cuatro condiciones:

1) Debe ser verdadera o falsa. Ya que estamos interesados primordialmente en formulaciones simbólicas, tratamos las respuestas en su traducción al simbolismo. Estas traducciones pueden hacerse al simbolismo de cualquier sistema exacto, principalmente al del cálculo de proposiciones (bivalente) *, al del cálculo de predicados y al de la aritmética. Exigimos que la respuesta expresada simbólicamente sea una expresión significativa, es decir, que cumpla con las condiciones que el sistema respectivo establece para sus expresiones significativas. Exigimos, además, que la respuesta sea una proposición. Esto significa, ya que el desarrollo de la materia en este artículo se efectúa en correspondencia a la lógica bivalente (lo cual no es la única manera posible de desarrollarla), que las respuestas propias deben ser o verdaderas o falsas.
2) No debe ser abreviada. Una respuesta propia para la pregunta "¿María se casó ayer?" no es "Si" ni "María se casó", sino sólo "María se casó ayer".
3) No debe ser excesiva. "María se casó ayer con Carlos' no es una respuesta propia para nuestra pregunta.
4) No debe ser evasiva. "No sé", "Es posible que María se casó ayer" y respuestas similares que no resuelven el problema no son respuestas propias para la pregunta indicada.

Resumiendo decimos que una respuesta es propia si es una proposición (expresión verdadera o falsa) que contiene todos los elementos de la pregunta y ninguno más y que resuelve el problema expuesto en la pregunta. Llamamos "propia" una pregunta si tiene por lo menos una respuesta propia.

En cada pregunta están previstas ciertas respuestas y otras no están previstas. Si se pregunta "dónde", se espera en la respuesta la indicación de un lugar. Una respuesta con "en ninguna parte" no es una "respuesta intencionada", aunque puede ser una respuesta propia. Distinguimos, por lo tanto, entre una respuesta propia "intencionada" y "no intencionada". Para la pregunta "¿Cuál de estas personas es el asesino?" tenemos respuestas propias intencionadas como "El secretario es el asesino" o "El cocinero es el asesino", etc., mientras que "El secretario y el cocinero son los asesinos" y "Ninguna de estas per-

* Para entender lo que sigue se necesitan conocimientos generales de la lógica simbólica. Utilizamos el simbolismo de los "Principia Mathematica" (un poco modificado).

sonas es el asesino" son respuestas propias no intencionadas.

Llamamos "perfecta" una respuesta propia si es intencionada o si es una conjunción * de respuestas intencionadas o si es la conjunción* de las negaciones de todas las respuestas intencionadas de la pregunta respectiva. Para la pregunta "¿Con quién se casó María?" tenemos, entre otras, las siguientes respuestas perfectas: "María se casó con Carlos", "María se casó con Pedro", etc., "María se casó con Carlos y (María se casó) con Pedro", etc., "No es el caso que María se casó con Carlos, ni (es el caso que María se casó) con Pedro ni . . .". Para la pregunta "¿María se casó?" tenemos las tres siguientes respuestas perfectas: "María se casó", "María no se casó" y "No es el caso que María se casó, ni (es el caso) que María no se casó" (porque María no existe).

Llamamos una pregunta "perfecta" si tiene por lo menos una respuesta intencionada, y convenimos en considerar únicamente preguntas perfectas (las llamaremos en lo que sigue simplemente "preguntas") y únicamente en relación con sus respuestas perfectas (las llamaremos "respuestas"). Todas las preguntas y respuestas perfectas son, como hemos visto, propias, y posiblemente vale también lo inverso.

Procedemos ahora a la simbolización de las preguntas (simples). Si deseamos saber cuánto hay que agregar a *3* para obtener *7*, podemos escribir simplemente "$3 + ? = 7$" **, para lo cual "$3 + 4 = 7$", "$3 + 5 = 7$", etc., son respuestas intencionadas. El signo de la interrogación marca el "punto de la interrogación", es decir, el lugar que será ocupado en una respuesta intencionada por el símbolo que (cuyo simbolizado) está solicitado en la pregunta.

Tenemos así las siguientes simbolizaciones para preguntas: por la negación o nonegación de una proposición ("¿Es el caso que rescataron la carga?") "$?p$"; por la relación entre dos proposiciones "$p\ ?\ q$"; por una proposición en una expresión simbólica ("¿Qué se deduce de 'Los ángulos de este triángulo son iguales'?") "$p \supset ?$"; por un valor de una función ("¿Quién es el asesino?", "¿Dónde venden pescado?") "$F\ ?$"; por la función de una constante ("¿Qué hace María?") "$?a$", por la clase de un elemento ("¿Qué es el rinoceronte?") "$a \ \varepsilon\ ?$"; por una relación ("En qué relación están María y Carlos?") "$a\ ?\ b$"; por un número "$? = 2 + 2$"; etc.

El signo de la interrogación representa aquí a veces conectivas proposicionales, a veces clases, a veces relaciones, etc. Por lo tanto, esta simbolización no es muy satisfactoria, y en interés de una mayor claridad expresamos las mismas preguntas ahora del modo siguiente: "$co?\ p$", "$p\ co?\ q$", "$p \supset q?$", "$Fx?$", "$F?\ a$", $a\ \varepsilon\ \alpha?$", "$a\ R?\ b$", "$x? = 2 + 2$", utilizando "*co*" seguido por el signo de la interrogación en representación de una conectiva preguntada y en los otro casos los símbolos de variables de los cálculos respectivos seguidos por el signo de la interrogación.

Cualquier pregunta (perfecta y simple) puede expresarse así simbólicamente sin dificultad. El procedimiento es el siguiente. En una respuesta intencionada verdadera o falsa se sustituye en el punto de la interrogación el símbolo de una variable correspondiente (por ejemplo, "x" o o "*co*") en lugar del símbolo de la constante (por ejemplo, en lugar de "4" o "$\sim$") y se agrega el signo "$?$". Así formulamos la pregunta "$co?\ p$" a partir de la formulación de la respuesta intencionada "$\sim p$", la pregunta "$x? = 2 + 2$" a partir de la formulación de la respuesta intencionada "$4 = 2 + 2$", etc.

Las distinciones corrientes entre preguntas con "quién", "dónde", "cómo", "porqué", etc., pierden de importancia, ya que en su simbolización no se mantiene esta diferencia. Preguntas con "quién", "dónde", "cómo" y "porqué", por ejemplo, pueden simbolizarse por "$Fx?$" ("¿Qué valor satisface la función 'ser la persona que . . .', o 'ser el lugar donde . . .', o 'ser la manera como . . .', o 'ser la razón por la cual . . .'?"). Por el otro lado, una pregunta con "porqué" puede representarse también por "$p? \supset q$" ("¿Qué (proposición) implica . . .?".) Como puede haber varias simbolizaciones para proposiciones, así las puede haber también para preguntas, y se elige la más conveniente según las necesidades del momento.

A pesar de que no consideramos necesario hacer distinciones especiales, según la forma de la pregunta, debemos tratar,

* Menos las conjunciones que pecan contra la ley de la contradicción: $\sim(p\ .\ \sim p)$

** Podemos expresar lo mismo un poco más complicado por "$3 + x = 7 . \supset . x = ?$".

sin embargo, las "preguntas selectivas", las "preguntas compuestas" y las "preguntas condicionadas" separadamente. En una pregunta selectiva se señalan específicamente varias respuestas posibles ligadas por "o" (para que se seleccione una respuesta). Por ejemplo, "¿María se casó con Carlos o con Pedro?" es una pregunta selectiva. Sus respuestas (perfectas) son cuatro (las dos primeras intencionadas): "María se casó con Carlos", "María se casó con Pedro", "María se casó con Carlos y Pedro" y "No es el caso que María se casó con Carlos ni con Pedro".

Preguntas selectivas se representan por "$??p$ v $??q$ v . . ." con tantas partes de la disyunción, como posibilidades señaladas en la pregunta. Nuestro ejemplo se representaría luego por "$??p$ v $??q$".

Hay preguntas con más de un punto de interrogación. Ellas pueden considerarse muchas veces como abreviaturas de varias preguntas con un punto de interrogación *. En este caso hablamos de "preguntas compuestas". Por ejemplo, "Dónde y cuándo encontraron al asesino?" puede considerarse como abreviatura de: "¿Dónde encontraron al asesino?" y "¿Cuándo encontraron al asesino?", es decir, en este caso como una conjunción de dos preguntas. Similarmente podemos considerar la pregunta "¿Dónde o cuándo encontraron al asesino?" como una disyunción de dos preguntas. Disyunciones de preguntas no deben confundirse con preguntas selectivas (a pesar de que existe cierto paralelismo).

Conjunciones de preguntas se representan por "(. . .) . (. . .)" y disyunciones por "(. . .) v (. . .)" (entre los paréntesis se colocan las simbolizaciones de las preguntas respectivas).

Una pregunta condicionada sería por ejemplo, "Si estás enfermo, ¿por qué viniste?". Sus respuestas intencionadas son la negación de la o de las proposiciones que aparecen en la condición y las respuestas intencionadas de la pregunta propiamente tal. Una pregunta de este tipo se representa como implicación en que las proposiciones de la condición aparecen en el implicante entre paréntesis junto con "$\supset$" y la pregunta propiamente tal en el implicado. El ejemplo indicado se representaría por "$(p \supset)\ Fx?$".

A toda pregunta (perfecta) corresponde una expresión que es *la disyunción de* todas sus respuestas intencionadas *y de* la conjunción de las negaciones de sus respuestas intencionadas. A "$Fx?$", por ejemplo, corresponde "Fa.v.Fb.v.Fc.v. . . . .v. $\sim Fa$. $\sim Fb$. $\sim Fc$ . . ."; a "$a\ R?\ b$" corresponde "$a\ S\ b$.v.$a\ T\ b$.v. . . . v.$\sim (a\ S\ b)$. $\sim (a\ T\ b)$ . . ."; a "$??p$ v $??q$" corresponde "p.v.q.v.$\sim p$. $\sim q$"; etc. Todas estas expresiones, que llamamos "expresiones paralelas", son tautologías.

Por lo menos una parte de una tal disyunción (cada parte es una respuesta perfecta) es verdadera, y llegamos, por lo tanto, a la conclusión de que cada pregunta perfecta tiene por lo menos una respuesta verdadera. Pero también, por lo menos una parte es falsa, y así cada pregunta perfecta tiene por lo menos una respuesta (perfecta) falsa. Ella puede tener, además, hasta infinitas respuestas verdaderas y también hasta infinitas respuestas falsas. Por ejemplo, para "$3 + x? = 7$" existe una respuesta verdadera e infinitas falsas, para "$8 > x?$" existen infinitas respuestas verdaderas e infinitas falsas.

Si hay más de una respuesta verdadera para una pregunta, distinguimos entre "respuesta verdadera completa", que es la conjunción de todas las respuestas intencionadas verdaderas de la pregunta respectiva, y "respuesta verdadera incompleta", que, aunque es una respuesta verdadera, no cumple con esta condición.

Respuestas que no son perfectas para una pregunta pueden ser perfectas para otra. Una proposición verdadera, aunque no es una respuesta perfecta para la pregunta en cuestión, puede ser suficiente para obtener una respuesta (perfecta) verdadera para esta pregunta. Tenemos, por ejemplo, para la pregunta "¿María se casó con Carlos o con Pedro?" la respuesta verdadera "María se casó (únicamente) con Antonio", que no es una respuesta perfecta. Pero, a partir de ella puede obtenerse la respuesta perfecta verdadera "No es el caso que María se casó con Carlos ni con Pedro".

Consideremos ahora las preguntas como algo entero e investiguemos qué relaciones pueden establecerse entre ellas. Precisando un poco más el concepto de "pregunta", la consideramos como "exposición

* En el caso contrario ellas se representan como preguntas simples pero con el número respectivo de variables y signos de interrogación.

de un problema que exige por lo menos una respuesta verdadera". Simbolizamos ahora las preguntas (perfectas) por "*P*", "*Q*", "*R*", etc. Ya conocemos la conjunción y la disyunción de preguntas, que simbolizamos ahora por "$P \,.\, Q$" y "$P \vee Q$", respectivamente.

Necesitamos, según lo indicado, por lo menos una respuesta suficiente para obtener una respuesta verdadera para una pregunta sola. Para una conjunción de preguntas necesitamos una respuesta suficiente (para obtener una respuesta verdadera) para cada componente; para una disyunción de preguntas es suficiente una respuesta suficiente para uno de sus componentes.

Hablamos de una "implicación de preguntas" ("$P \supset Q$"), que debe distinguirse de una pregunta condicionada, si cualquier respuesta suficiente para la pregunta implicante (*P*) es también suficiente para la pregunta implicada (*Q*). Hablamos de una "equivalencia de preguntas" ("$P \equiv Q$"), si una respuesta suficiente para una pregunta es necesaria y suficiente para obtener una respuesta verdadera para la otra pregunta.

Ejemplos: (¿Cuándo se fueron?) . (¿A dónde se fueron?); (¿Cómo se hirió?) v (¿Con qué se hirió?); (¿Con quién se casó María?) ⊃ (¿María se casó?); (¿Es ésta tu hija?) ≡ (¿Eres tú el padre de ella?).

Con esto y algunas simbolizaciones más ya estaríamos en posición de formar un cálculo de preguntas y respuestas. Aquí no procederemos a una sistematización (axiomatización, etc.) de este cálculo, sino señalaremos sólo en lo que sigue algunas expresiones que serían teoremas de un cálculo de este tipo. Utilizaremos, además de los símbolos ya señalados, "*res P*", que significa "Se dispone de una respuesta suficente para la pregunta *P*", y la negación de esta expresión, "*∼res P*", que significa "No se dispone de una respuesta suficiente para la pregunta *P*". Tenemos luego:

$$res\ P . \supset . res\ (P \vee Q) \qquad (1)$$
$$\sim res\ P . \supset . \sim res\ (P \,.\, Q) \qquad (2)$$
$$P \supset Q \,.\, res\ P . \supset . res\ Q \qquad (3)$$
$$P \supset Q \,.\, \sim res\ Q . \supset . \sim res\ P \qquad (4)$$
$$P \equiv Q \,.\, res\ P . \supset . res\ Q \qquad (5)$$
$$P \equiv Q \,.\, \sim res\ P . \supset . \sim res\ Q \qquad (6)$$
$$res\ P \,.\, \sim res\ Q . \supset . \sim (P \supset Q) \qquad (7)$$
$$P . \equiv . P \vee P \qquad (8)$$
$$P \vee Q . \equiv . Q \vee P \qquad (9)$$

(*1*) Si tenemos una respuesta suficiente para una pregunta de una disyunción, entonces tenemos una respuesta suficiente para la disyunción entera; (*2*) si no tenemos ninguna respuesta suficiente para una pregunta de una conjunción, entonces no tenemos una respuesta suficiente para la conjunción entera; (*3*) si tenemos una respuesta suficiente par la pregunta implicante de una implicación afirmada, entonces también tenemos una respuesta suficiente para la pregunta implicada; (*4*) . . . ; (*8*) una pregunta es equivalente a la disyunción, cuyas partes son esta misma pregunta (idempotencia); (*9*) el orden de las preguntas en una disyunción puede invertirse (conmutatividad); etc.

La conjunción y la disyunción de preguntas pueden considerarse también como preguntas. No es así con la implicación y la equivalencia. Estas no son preguntas, sino proposiciones que pueden ser verdaderas o falsas, como también "*res P*" y "*∼res P*". Los teoremas indicados son igualmente proposiciones. Tenemos, por lo tanto, proposiciones en que se presentan preguntas (como tuvimos arriba las preguntas condicionadas, en que se presentaban proposiciones), un hecho que demuestra claramente que pregunta y proposición son algo que admite un tratamiento común.

Para representar las relaciones entre preguntas hemos utilizado símbolos como "v", ".", "⊃", etc., mientras que en los teoremas hemos utilizado los mismos símbolos para conectar proposiciones. Los dos modos de emplear los símbolos deben distinguirse claramente. El contexto permite reconocerlos sin dificultad.

Existe un notable paralelismo entre los teoremas indicados y los teoremas del cálculo de clases. Para poder expresar los mismos teoremas en el cálculo de clases trabajamos con "clases de respuestas que son suficientes para obtener una respuesta verdadera para la pregunta respectiva" en lugar de preguntas *. A la disyunción de preguntas corresponde luego la unión

* Existe la posibilidad de una definición completamente formal de una pregunta (como clase de proposiciones), por ejemplo, de "*Fx?*":

$Fx? =_{df} \hat{p}\,((Ey) \,.\, Fy \,.\, p \supset Fy . \vee . \sim (Ey)\, Fy \,.\, p \supset \sim (Ey)\, Fy)$

(La expresión paralela de "*Fx?*" puede escribirse en forma más corta como "$(Ey)\, Fy \vee \sim (Ey)\, Fy$").

de clases; a la conjunción, la intersección; a la implicación, la subclase; a la equivalencia, la identidad de clases; a "*res P*" corresponde "La clase respectiva no es vacía"; y a "$\sim$*res P*", "La clase respectiva es vacía".

Los demás conceptos del cálculo de clases caben perfectamente en esta conceptuación, como la "clase universal" (*la clase de todas las respuestas* –de un tipo– que son suficientes para obtener una respuesta verdadera para alguna pregunta), la "clase vacía" (*la clase que no contiene ninguna respuesta* suficiente para una pregunta), el "complemento de una clase", por ejemplo de la clase α (la clase de todas las respuestas suficientes para obtener una respuesta verdadera para alguna pregunta, menos las respuestas suficientes de α) y "...es elemento de la clase...".

Para todos estos conceptos pueden formarse conceptos correspondientes en el cálculo de preguntas y respuestas: la "pregunta universal" (para ella es suficiente cualquier respuesta que es suficiente para alguna pregunta), la "pregunta vacía" –que no es una pregunta propiamente tal– (para ella no es suficiente ninguna respuesta que es suficiente para una pregunta), la "pregunta complementaria de *P*" o el "complemento de la pregunta *P*" (para ella es suficiente cualquier respuesta que es suficiente para alguna pregunta, menos las respuestas que son suficientes para *P*) y "...es una respuesta suficiente para obtener una respuesta verdadera para la pregunta..." (corresponde a "...es elemento de la clase...").

De este modo se ha establecido plena correspondencia entre el cálculo de preguntas y respuestas y el cálculo de clases, lo cual permite sistematizar el cálculo de preguntas y respuestas de la misma manera como el cálculo de clases.

A pesar de una diferencia fundamental entre preguntas y proposiciones, existe, como se ha mostrado, la posibilidad de simbolizar preguntas de un modo que se mantiene una correspondencia con las proposiciones del sistema respectivo, y la posibilidad de tratar preguntas en proposiciones y de calcular con ellas. Todo esto abre interesantes perspectivas.