Ismael Gajardo Reyes

Cálculo gráfico de un eclipse solar, para un lugar determinado

(Trabajo leído en sesión pública de la «Societé Scientifique du Chili», celebrada el lunes 4 de Abril de 1932).

Los eclipses solares han despertado siempre una gran curiosidad, y es natural que así sea, porque las ocultaciones momentáneas totales o parciales del Sol, son, por decirlo así, la garantía más notable de la verdad de la Astronomía.

Ya *Píndaro*, el gran vate helénico, con relación al eclipse total de Sol del 30 de Abril del año 462 antes de J. C., escribía sublimemente inspirado:

«Rayo de Sol, oh tú, que ves lejos, ¿qué es lo que descubres?; ¡oh madre de mis ojos, oh sublime estrella robada a nuestras miradas en pleno día! ¿Por qué has complicado el poder del hombre y el camino de la ciencia marchándote por una pista tenebrosa?»

En los eclipses, los astros nunca faltan al punto de cita que les dá el astrónomo desde la mesa de cálculos de su Observatorio, convirtiendo, de esta manera, en hipérbole inaceptable aquel cuarteto socarrón:

El mentir de las estrellas
Es un seguro mentir,
Ya que nadie ha de subir
A preguntárselo a ellas.

¿Mentimos los astrónomos cuando determinamos la hora de un eclipse hasta con segundos de aproximación y luego el fenómeno viene ineludiblemente a corroborar nuestro aserto?

¿Habremos deducido estas consecuencias ciertas de un conjunto de hipótesis falsas? ¿Será posible creer que las creaciones de los grandes geómetras sean erróneas, a pesar de las notables confirmaciones que la Naturaleza nos dá con tanta frecuencia? Pues bien, no sólo están calculados ya numerosos eclipses futuros, sino que pueden calcularse los pasados y, con la garantía de estos cálculos cambiar las fechas de la «Historia de los hombres, más propensa a errores que la *Mecánica Celeste*, obra portentosa del genio humano, síntesis del Universo y antorcha que nos alumbra en nuestra marcha por el espacio.

Hay una obra intitulada: *Canon der Finsternisse*, por Th. R. v. Oppolzer, que contiene los datos numéricos de 8,000 eclipses de Sol y 5,200 de Luna, que tendrán que ocurrir en los años comprendidos entre 1207 antes de J. C. y 2161 después de J. C. Esta obra era hasta hace poco muy escasa; pero últimamente ha sido reimpresa, de modo que no hay dificultad para conseguir ejemplares.

Los antiguos, que daban gran importancia a estos fenómenos, habían logrado predecirlos con gran exactitud, y los *caldeos*, cuya intuición astronómica fué muy notable, habían descubierto un período llamado *Saros*. Formando un registro de los eclipses verificados durante siglos, acabaron por advertir que esos fenómenos se reproducían reglarmente al cabo de 223 lunaciones o de 18 años aproximadamente. Se tenía así un medio de predicción, porque habiendo formado el cuadro de los 41 eclipses de Sol y 29 de Luna verificados durante 223 lunaciones, bastaba añadir 18 años 11 días a la fecha de uno de ellos, para tener la fecha en que debería producirse otro semejante.

Se cree que de esta manera procedió el filósofo griego *Thales* para anunciar el eclipse total que se verificó el año 584 antes de J. C., eclipse que mencionan los historiadores, porque puso término a una guerra entre medas y persas.

Hoy día los eclipses se calculan por fórmulas y procedimientos matemáticos de rigurosa exactitud; pero estos cálculos tienen, en mi concepto, el inconveniente de ser demasiado complicados, de modo que sólo pueden abordarlos aquellas personas que estén bien familiarizadas con el manejo de las *Tablas de Logaritmos*.

Puedo afirmar, por experiencia propia, que un *cálculo de eclipse*, llevado hasta la última aproximación, hace sudar la gota gorda.

En cambio, con el sencillo método gráfico que paso a exponer en seguida, no sólo se consigue un gran deleite para el espíritu, sino que se ahorra también un enorme trabajo de gabinete.

El método está fundado en los principios universalmente admitidos, que se deben al astrónomo *Bessel*, y que consisten en suponer al observador transportado al Sol y mirando hacia la Tierra en rotación, mientras la Luna con su sombra y su penumbra se mueven al través de ella.

De este modo, el dibujo de un eclipse solar viene a ser un cuadro real de un hecho físico, que se desenvuelve a la vista del observador.

En este método, sólo se toma en cuenta la penumbra, y, como ésta es un círculo que se mueve con velocidad uniforme en una línea recta, esta parte de la construcción gráfica es tan sencilla como en un eclipse lunar.

La segunda parte de la construcción se refiere a la posición y al movimiento de traslación de aquél lugar especial para el cual se calcula el eclipse. Las posiciones simultáneas de este punto y el del centro de la penumbra deben obtenerse del *gráfico* para cada minuto.

El movimiento diurno de un punto en la superficie de la Tierra es, sin duda, perfectamente uniforme, en un círculo cuyo radio es el coseno de su Latitud; pero este círculo siempre se ve desde el Sol más o menos inclinado hacia arriba o hacia abajo, según la época del año. El *movimiento aparente debe ser entonces una elipse*, y no puede ser uniforme.

Finalmente, para hacer más práctico y más comprensible este *método gráfico*, lo aplicaremos al *Eclipse parcial de Sol del 11 de Octubre de 1931*, que se observó con interés en nuestro país y cuyas observaciones se recopilaron en un folleto, que vió la luz pública hace poco.

En nuestros cálculos sólo hemos empleado *The American Ephemeris and Nautical Almanac*, de Washington, y de ahí hemos tomado todos los datos astronómicos que hemos necesitado.

En cuanto a las pocas fórmulas que se emplean, en el *gráfico*, son tan sencillas que casi no necesitan una explicación especial.

El punto para el cual se ha calculado el eclipse es el *Colegio de San Ignacio*, de Santiago, y sus coordenadas geográficas son:

$\varphi = -33°26'48''$ L $= 4h\ 42m\ 39s = 70°39'45''$ W. de Gr.

ELEMENTOS DEL ECLIPSE PARCIAL DE SOL DEL 11 DE OCTUBRE DE 1931

Los elementos del eclipse, tomados de *The American Ephemeris*, pág. 566, son los siguientes:

Tiempo civil de Gr. de la conj. en asc. recta	13*h* 53*m* 19*s*.3
Ascensión recta del Sol y de la Luna	13*h* 3*m* 43.73
Declinación del Sol	— 6° 47′ 26″, 6
Declinación de la Luna	— 8° 0′ 59″,8
Paralaje horizontal equa. del Sol	8″,8
Paralaje horizontal equa. de la Luna	61′ 20″,9
Movimiento horario en asc. recta del Sol	9*s*, 21
Movimiento horario en asc. recta de la Luna	2*m* 16*s*,43

Movimiento horario en decl. del Sol	— 0′ 56″.8
Movimiento horario en decl. de la Luna	17′ 42″.3
Semidiámetro verdadero del Sol	16′ 1″,4
Semidiámetro verdadero de la Luna	16′ 42″.2

En el *cálculo numérico del eclipse* entran casi todos estos elementos, mientras que en el *cálculo gráfico* sólo se emplean la *conjunción en ascensión recta*, que juega un papel muy importante, y la *declinación del Sol.* Los demás no se necesitan.

Esto sólo pone ya de manifiesto cuánto más senciclIo es el *cálculo gráfico* que el *numérico*.

En el *gráfico* entra también la *Ecuación del Tiempo*, que se obtiene, con una sencilla corrección por Longitud de las páginas 2 a 17 de *The Ephemeris*, y otros dos elementos más, que señalaremos oportunamente, y que se toman directamente, sin corrección alguna, de la página 569. Y esto es todo. Entremos ahora en materia.

I.—EL DISCO DE LA TIERRA

El *disco de la Tierra* es un círculo con radio igual a la unidad de medida adoptada, que es la de *un decímetro*, que y recomendamos para estos gráficos.

En la figura adjunta, los ejes *X* e *Y* se trazan por su centro y se marcan con las letras *W O E* y *N O S*, con *N* hacia arriba y *E* a la derecha lo mismo que en un mapa.

I.—CONSTANTES DE LA ELIPSE LATITUDINAL

Las *constantes de la elipse latitudinal*, que el lugar considerado parece describir, cuando se le mira desde el sol, se obtienen con las tres sencillísimas fórmulas que damos en seguida, y que se calculan con una simple *Tabla de valores naturales absolutos de las funciones trigonométricas*.

Así, tenemos:

Semieje mayor .... $a = \cos \varphi = 0.834$

Semieje menor .... $b = \cos \varphi \operatorname{sen} \delta$

$$\cos \varphi = +\,0.834$$
$$\operatorname{sen} \delta = -\,0.118$$
$$b = -\,0.098$$

Ordenada de su centro d .... $\alpha = \operatorname{sen} \varphi \cos \delta$

$$\operatorname{sen} \varphi = -\,0.551$$
$$\cos \delta = +\,0.993$$
$$\alpha = -\,0.547$$

La *abscisa de su centro* es cero, porque éste queda en el eje de las Y, y su eje mayor es paralelo a $W E$, esto es, al eje de las X en el plano fundamental.

III.—POSICIONES HORARIAS DEL LUGAR CONSIDERADO EN SU ELIPSE

Estas posiciones se calculan con las siguientes fórmulas:
Así tenemos:

Abscisas $\xi = a \text{ sen } \tau$
Ordenadas $\eta = d - b \cos \tau$
de donde $d - \eta = b \cos \tau$

El cálculo de estas coordenadas resulta sencillísimo, disponiéndolo en esta forma:

1.° Se construye una tabla con los valores de log τ y log cos τ para cada hora (o cada 15°) que se escriben en dos columnas paralelas, como se indica a continuación:

τ	*log sen* τ	*log cos* τ
1*h*......	9.4130....................	9.9849
2*h*......	9.6990....................	9.9375
3*h*......	9.9495....................	9.8495
4*h*......	9.9375....................	9.6990
5*h*......	9.9849....................	9.4130

En seguida se buscan los siguientes logaritmos:

log a = log 0.834 = 9.9212
log b = log — 0.098 = 8.9912

Después se inscriben estos logaritmos en el borde de una cartulina y se van sumando sucesivamente a los diversos valores de *log sen* τ y *log cos* τ, que hemos dado anteriormente.

Efectuadas todas estas operaciones se obtienen los siguientes valores para las coordenadas de las posiciones horarias:

	Abscisas	*Ordenadas*
Para 11*h* y 1*h*	= 0.216..................	— 0.095
» 10*h* y 2*h*	= 0.417..................	— 0.085
» 9*h* y 3*h*	= 0.590..................	— 0.069
» 8*h* y 4*h*	= 0.722..................	— 0.049
» 7*h* y 5*h*	= 0.806..................	— 0.025

Se marcan estos puntos, a partir del eje mayor de la *elipse latitudinal*, y en seguida se trazará ésta sin dificultad alguna, ya sea por medio de una curva adecuada o por medio de una cercha o de un elipsógrafo. Es conveniente trazar primero la elipse con lápiz, y después con tinta, cuando sea perfectamente satisfactoria.

Los *arcos horarios* pueden ser en seguida subdivididos en *medias horas* o de *diez en diez minutos*, según se estime conveniente.

IV.—LA TRAYECTORIA DE LA LUNA

La *trayectoria de la Luna* es una línea recta que pasa por dos puntos cuyas coordenadas x e y se toman de *The Ephemeris*, página 569.

Nosotros tomamos los valores para 11*h* 0*m* y para 13*h* 0*m*, de *Tiempo Civil de Greenwich.*

Así tenemos:

Para	11*h* 0*m*	x = — 1.486	y = — 0.410
»	13*h* 0*m*	x = — 0.457	y = — 0.958

Estas coordenadas están referidas al plano fundamental y fijan los puntos *A* y *B*, en la figura adjunta, de modo que la línea *A B* es la ruta de la Luna en este eclipse.

Por otra parte, como la distancia *A B* se recorre en *dos horas* es muy fácil entonces construir la *escala del movimiento horario de la Luna* y subdividirla después en espacios de *diez en diez minutos*, que se marcan en una hoja aparte o en el eje de las *X* del disco de la Tierra.

Ahora bien, como la graduación de la trayectoria lunar en el punto donde cruza el eje de las *Y* es la *hora de la conjunción en ascensión recta*, que aparece en *tiempo civil de Greenwich* en los *elementos del eclipse*, y debe expresarse en *tiempo local solar verdadero*, para que así guarde conformidad con las posiciones de *Santiago* en su elipse, que han sido también marcadas en *tiempo local solar verdadero*, es necesario entonces hacerle dos correcciones:

1.° Hay que restarle la Longitud del lugar, para obtener tiempo medio local, y en seguida sumarle la *Ecuación del Tiempo*, cuyo valor en este día, Octubre 11, es: + 13*m* 4*s*,0 (*The Ephemeris*, pág. 14).

Así tenemos:

T. C. de Gr. de la conj. en asc. recta	=	13*h* 53*m* 19*s*.3 —
Longitud del Col. S. Ig.	=	— 4 42 39.0
Hm. conj.	=	9 10 40.3
Ec. correg	=	+ 13 5.0
Hv. conj.	=	9*h* 23*m* 44*s*.3

Esta es, pues, la graduación que corresponde al punto donde la trayectoria lunar intercepta la prolongación del eje de las *Y* y con ella y la *escala del movimiento horario*, obtenida anteriormente, ya es muy fácil graduar toda la senda seguida por la Luna, tal como se ha hecho en el gráfico.

V.—PUNTOS DE TANGENCIA

Los puntos de tangencia de la elipse latitudinal y la circunferencia de la Tierra, que son los de salida y puesta del Sol en el lugar considerado, se calculan así:

Las *ordenadas* por esta fórmula

$$\eta = \text{sen}\ \varphi\ \sec\ \delta$$

$$\begin{aligned} \log \text{sen}\ \varphi &= 9.74132n \\ \log \sec\ \delta &= 0.00305 \\ \hline \log\ \eta &= 9.74437n \\ \eta &= -0.555 \end{aligned}$$

Los *ángulos horarios* por esta otra:

$$\cos\ \tau = -\ \text{ton}\ \varphi\ \text{ton}\ \delta$$

$$\begin{aligned} \log \tan\ \varphi &= 9.81996n \\ \log \tan\ \delta &= 9.07536n \\ \hline \cos\ \tau &= 8.89532n \\ \tau &= 94^\circ 30' 25'' \end{aligned}$$

De modo que el Sol sale en Santiago ese día a las $12h\ 0m—6h\ 18m\ 2s = 5h\ 41m\ 58s$ A. M., en *tiempo local solar verdadero*, que transformado en *tiempo legal de Verano* nos dá:

Hv salida	=	$5h$	$41m$	$58s$
Hv. salida	=	$5h$	$41m$	$58s$
Ec. tiempo	=		— 13	4
Hm. salida	=	5	28	54
Corrección	=		+ 42	45
H. legal salida	=	$6h$	$11m$	$39s$

Si se consulta una *Tabla de Salidas y Puestas del Sol en Santiago* se verá, inmediatamente, que el resultado obtenido es muy satisfactorio.

VI.—HORAS DE LOS CONTACTOS

El *eclipse principia* cuando el *borde de la penumbra lunar alcanza al lugar considerado.*

Este instante se determina en el *gráfico* con un compás, que se abre hasta un límite exactamente igual al radio de la penumbra, dado en la página 569 de *The Ephemeris*, y que es de *0.535*. En igual seguida se mueve un pie del compás a lo largo de la trayectoria de la Luna y el otro a lo largo de la elipse latitudinal, hasta que se encuentren dos puntos que indiquen el mismo tiempo. Este tiempo, así determinado, es *6h 48 m*, que es, en consecuencia, el *tiempo local solar verdadero* del principio del eclipse en Santiago. El centro de la penumbra se encuentra en ese instante en *F* y Santiago en *H*. La hora del último contacto se encuentra también del mismo modo. El centro de la penumbra está entonces en *K* y Santiago en *V*, y el tiempo común es *8h 34m*.

Transformando estos tiempos en *Hora legal de Verano*, tendremos estos resultados:

HORAS DE LOS CONTACTOS EN HORA LEGAL DE VERANO

	Por el gráfico	*Por el cálculo* (Hasta la última aproximación)	*Diferencia*
Primer contacto	*7h* 18*m*..............	*7h* 15*m* 50*s*.4	2*hm* 9*s*. 6
Ultimo contacto	9 4	9 2 12.5	1 47.5

Como se ve, el resultado del *cálculo gráfico del eclipse* es también bastante satisfactorio.

VII.—ANGULOS DE POSICION

Después que se obtienen las *horas de los contactos*, lo más importante es conocer la ubicación del punto exacto donde la Luna va a sesgar o morder el borde del disco solar, o, hablando en un lenguaje más técnico, donde va a ocurrir el *primer contacto*, de modo que el observador pueda concretar toda su atención a él y observar el principio del eclipse tan exactamente como lo permitan los instrumentos ópticos de que pueda disponer. Este punto se puede obtener del diagrama, con toda la exactitud necesaria.

Para esto, se colocará el centro del disco lunar en *F*, y, con su radio relativo de 0,272 (determinado por fórmulas de gran precisión. Véase *The Ephemeris*, pág. XI), se trazará una circunferencia. Al mismo tiempo, haciendo centro en *H*, y, con el radio 0.535—0.272 = 0.263, penumbral menos lunar, se trazará otra circunferencia, que representará al disco solar (1).

Los puntos cardinales $N\ S\ E\ W$ se marcan en seguida en el disco solar. Estos son los mismos para todos los observadores de la Tierra; porque el punto norte es el más próximo al polo celeste boreal, y es, por tanto, independiente de cualquiera posición en la Tierra. Se trazará $N\ H\ S$ paralelamente al eje Y del diagrama, y $W\ H\ E$ paralelo al eje X, con N hacia arriba y E a la derecha, lo mismo que en el disco de la Tierra.

Para no hacer mucha confusión, sólo se ha trazado la línea $H\ N$ en el dibujo.

El *punto del primer contacto* quedará evidentemente en la línea $H\ Fm$, que une los centros de los discos del Sol y de la Luna, y el *ángulo* $N'H\ F$ es el *ángulo de posición* de este punto. De la misma manera, $N''V\ K$ es el que une los centros de los discos del Sol y de la Luna, y el *ángulo* $N'H\ F$ del *último contacto.*

Estos ángulos se cuentan desde el Norte por el Este, Sur y Oeste hasta 360°.

La línea $O\ H$ prolongada cortaría el disco solar en T', que es el *vértice* o punto superior del disco solar. El ángulo $T'H\ F$ es entonces el *ángulo de posición* medido desde este punto.

Este ángulo se lee desde T hacia la derecha o hacia la izquierda; pero hay que tener cuidado para darle su correcta orientación, porque al mirar hacia el cielo cambia, con respecto al diagrama, W con E y derecha con izquierda.

En consecuencia, para evitar equivocaciones o perplejidades, es bueno recordar que, para los lugares del globo situados al Sur del ecuador, *T queda siempre ubicado entre el Sur y el Oeste antes de mediodía* y entre el *Sur y el Este después de mediodía.*

Con esta sencilla regla se salvarán todas las dificultades.

Damos en seguida un cuadro con el resultado de las medidas de los *ángulos de posición.*

P.

	Por el gráfico	*Por el cálculo*	*Diferencia*
Primer contacto	275° 40′	274° 32′ 24″	1° 7′ 36″
Ultimo contacto	156 5	155 41 24	0 23 36

(1) La fórmula general, deducida de la teoría de los eclipses, es:

$$l' = m + s$$

de donde

$$s = l' - m$$

en que l' es el radio de la penumbra y m y s los de la Luna y Sol respectivamente.

V

Primer contacto	37° 35'............	37° 12'	0° 23' 0''
Ultimo contacto.....	182 1..........	282 1 12''	0 0 12''

VIII.—CONCLUSION

Creo haber demostrado, de un modo bien claro, las grandes ventajas pue tiene el *método gráfico*, sobre el *numérico* para el cálculo y predicción de un *eclipse solar*.

Estas ventajas pueden resumirse en tres palabras: *rapidez, seguridad* y *exactitud*.

Abrigo, pues, la creencia de que mis oyentes se habrán posesionado bien de él y sabrán aplicarlo con éxito en el próximo eclipse de Sol que veremos en Chile y que tendrá lugar el 24 de Febrero de 1933.

No olviden mis oyentes que un eclipse es ahora un fenómeno del cual se pueden sacar óptimas enseñanzas respecto a la naturaleza del Sol y precisas correcciones en las dimensiones o distancias de los dos astros que se cruzan en el cielo, por lo cual hay necesidad de observarlo y estudiarlo con toda atención y cuidado.

Pasaron ya aquellos tiempos en que se suponía que la vida de la humanidad pendía de la marcha de los astros.

¡Hoy los hombres se conmueven todos ante este grandioso espectáculo y lo miran con deleite!

Doy, pues, infinitas gracias al señor Presidente de esta ilustre y sabia Corporación por haberme permitido desentrañar un pequeño misterio del Cosmos, de ese libro sublime en el cual jamás llegaremos a sus últimas páginas, porque todos tendrán que reconocer que en el estudio del Cosmos es temerario e ilusorio pensar en que se pueda llegar al fin: es el vuelo del águila que cuanto más se eleva más dilatados horizontes descubre.

Véase en la pág. 302 de este tomo, la fe de erratas correspondiente al presente trabajo de don Ismael Gajardo Reyes.