

ANALES

DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE



SAN MARTIN 352

CASILLA 487

SANTIAGO

Sucesor

De la:

Y del:

«SOCIEDAD DE INGENIERIA» «INSTITUTO DE INGENIEROS»
Fundada el 31 de mayo de 1888 Fundado el 28 de octubre de 1888

Con Personalidad Jurídica desde el 28 de diciembre de 1900

Adherido a la USAI y a la CONFERENCIA MUNDIAL DE LA ENERGIA

AÑO LXV

MAYO - JUNIO DE 1952

N.º 5 - 6

Comisión Editora: Raúl Sáez S. (Pde.), Arturo Quintana, Jorge del Río, Fernando Salas y Sansón Radica.

Ing. Arturo Arias S.

Comportamiento de una estructura de un grado de libertad sometida a temblor

El presente artículo es fruto de dos conferencias que, bajo el título «Los fundamentos teóricos del cálculo antisísmico», pronunciara el autor en el Seminario de Matemáticas de la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, a invitación del profesor señor Domingo Almendras, que dirige el mencionado Seminario (1).

El propósito de este trabajo es establecer aquellos resultados de la teoría general de vibraciones que sirven de base a los métodos de cálculo antisísmico. Pasaremos revista al estado actual del problema para estructuras de un grado de libertad. Las consideraciones que hacemos se refieren sólo a los métodos para evaluar las fuerzas sísmicas; no hemos intentado señalar los medios por los cuales se puede proveer en la estructura una resistencia adecuada.

Se han utilizado varias hipótesis para determinar las fuerzas que actúan sobre una estructura sometida a temblor, a partir del conocimiento que se pueda tener del movimiento del terreno de fundación que la soporta. La más simple y más usada de estas hipótesis consiste en suponer que todas las partes de la estructura tienen una misma aceleración, que se supone igual a la del suelo. El cálculo de las fuerzas se hace, entonces, aplicando la ley de Newton, de propor-

(1) La transcripción escrita de esas conferencias aparecerá, en breve, en la Revista de Matemáticas, de la Facultad del mismo nombre.

cionalidad entre fuerzas y aceleraciones. Esta hipótesis no toma en cuenta que toda estructura está formada por elementos más o menos flexibles; por el contrario, supone que la estructura es perfectamente rígida y que se mueve junto con la fundación. Los resultados de la experiencia están en contradicción con esta hipótesis: edificios proyectados para resistir fuerzas horizontales equivalentes a un quinceavo de su peso, es decir, para resistir un temblor en que la aceleración horizontal de la fundación fuera, como máximo, un quinceavo de la aceleración de gravedad, han resistido terremotos en que se han medido aceleraciones varias veces mayores.

El edificio del banco Nippon Kogyo, en Tokio, diseñado por Naito para las fuerzas horizontales mencionadas, resistió el terremoto de 1923 prácticamente sin daños, a pesar que la aceleración del suelo se ha estimado en 0,33 g, o sea, cinco veces la aceleración usada en el proyecto.

Posteriormente se han elaborado otras teorías en las que se tiene en cuenta la elasticidad de la estructura; pero, a falta de registros sismográficos satisfactorios, estos análisis han tenido que completarse haciendo alguna hipótesis simplificatoria respecto de la naturaleza del movimiento del suelo. Se suponía, generalmente, que éste era armónico simple y se estudiaba sólo la oscilación forzada o de régimen. Los resultados a que se llegaba por este camino eran de valor muy limitado; primero, porque en la zona destructora de un terremoto el movimiento del suelo no es armónico, y segundo, porque siendo el temblor un fenómeno de duración relativamente corta, no se alcanza a establecer el régimen.

Por no ser el movimiento del suelo un movimiento armónico sostenido, se necesita una teoría más elaborada. Esta teoría debe estudiar la respuesta de la estructura a un movimiento «transiente» e irregular; es decir, a un movimiento que tiene un comienzo y un fin y que, además, es de una naturaleza extraordinariamente complicada.

Recordemos algunos puntos fundamentales de la teoría de las vibraciones.

Un oscilador lineal simple es un sistema mecánico formado por un punto material que puede moverse sobre una recta y que está ligado a un punto fijo de ella mediante un resorte que sigue la ley de Hooke. La respuesta de este sistema cuando es solicitado por una fuerza perturbadora periódica, se compone de dos partes: una *oscilación transiente*, cuyo período es el propio del oscilador y cuya amplitud depende de las condiciones iniciales, y una *oscilación permanente, forzada o de régimen*, cuyo período es el de la fuerza perturbadora periódica y cuya amplitud es independiente de las condiciones iniciales. En caso que haya amortiguamiento, la oscilación transiente decrece paulatinamente hasta prácticamente desaparecer, quedando sólo la forzada.

Supongamos que la estructura se puede representar por un oscilador lineal simple, constituido por una masa m , ligada al suelo por un elemento de rigidez k , constante (la estructura sigue la ley de Hooke). La ecuación del movimiento relativo de la masa m respecto del suelo, cuando éste se mueve según una ley conocida, con movimiento rectilíneo y horizontal, es (fig. 1)

$$my'' = -ky - ma(t) \quad (1)$$

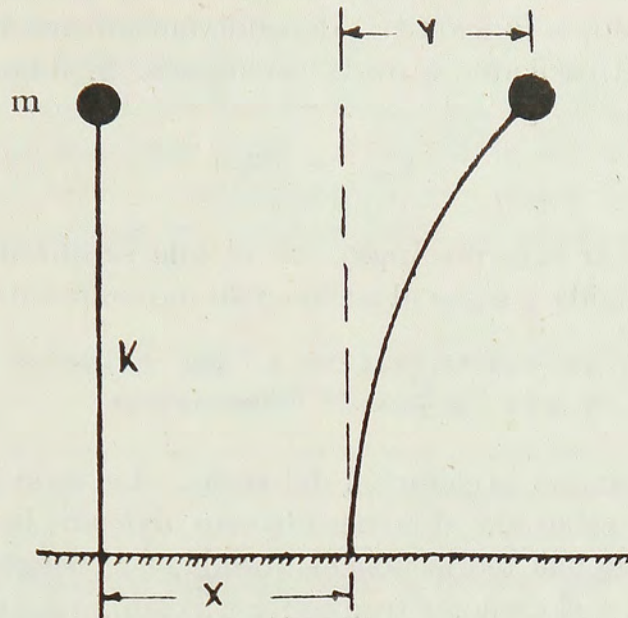


FIG. 1

en que y es la elongación relativa; los acentos designan derivación respecto del tiempo. La expresión $a(t)$ es la aceleración del suelo, conocida, para un temblor dado, por los registros que se obtienen en acelerógrafos.

En la hipótesis de que la estructura se encontraba inicialmente en reposo, en su posición de equilibrio, la solución de la ecuación (1) es

$$y = - \int_0^t \frac{a(\theta)}{p} \operatorname{sen} p(t - \theta) d\theta \quad (2)$$

en que
$$p^2 = \frac{k}{m} \quad (3)$$

y θ es una variable de integración, de la misma naturaleza que el tiempo. Los detalles del cálculo pueden verse en la Revista de Matemáticas citada.

Al ingeniero le interesa especialmente conocer las fuerzas que el temblor provoca en la estructura. En el caso de una estructura de un grado de libertad basta conocer, por ejemplo, el esfuerzo de corte en la base, para conocer las sollicitaciones en cada uno de los elementos. Este esfuerzo de corte basal vale

$$V = ky = mp \int_0^t a(\theta) \operatorname{sen} p(t - \theta) d\theta = -mf(t) \quad (4)$$

La función

$$\begin{aligned} f(t) &= -p \int_0^t a(\theta) \operatorname{sen} p(t - \theta) d\theta \\ &= -\frac{2\pi}{T} \int_0^t a(\theta) \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T}(t - \theta) d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

da la historia del oscilador a lo largo del tiempo. Se ve que para un temblor dado es decir, para $a(\theta)$ dado, la función $f(t)$ depende únicamente de t y del parámetro T , período propio del oscilador o de la estructura. Si llamamos A el máximo valor de $f(t)$, se tiene

$$V_{\text{máx}} = mA \quad (6)$$

Se puede comparar este resultado con el que se obtendría si se supusiera que la estructura es rígida y sigue al suelo en su movimiento. En tal caso, se tendría

$$V_{\text{max}} = ma_{\text{max}} \quad (7)$$

en que a_{max} es la máxima aceleración del suelo. La ecuación (7) corresponde a la teoría simplista, esbozada al comenzar este artículo; la ecuación (6) es, en cambio, el resultado de una teoría más elaborada, que tiene en cuenta la flexibilidad de la estructura y el carácter transiente e irregular del movimiento sísmico.

Está claro que para un terremoto dado, el valor de A depende del parámetro T , es decir, del período propio de la estructura. La cantidad A se puede avaluar para cada valor del período T , y puede ser considerada como una función $A(T)$ del período del oscilador. El valor de la función $A(T)$ se llama *aceleración eficaz* del temblor, para el período T ; esta denominación está justificada por la correspondencia que hay entre los términos de las ecuaciones (6) y (7). La curva que representa la función $A(T)$ recibe el nombre de *espectro de aceleración* del temblor.

La importancia práctica de este concepto de espectro de aceleración reside en el hecho que, una vez conocido el espectro de un terremoto, es posible escribir de inmediato el valor del esfuerzo de corte máximo en la base, provocado por el terremoto sobre cualquiera estructura asimilable a un oscilador lineal simple. Para obtener dicho esfuerzo de corte, basta multiplicar la masa de la estructura por la ordenada del espectro para el valor de T correspondiente.

Como resulta muy tedioso avaluar la función $A(T)$ por integración numérica, se han ingeniado varios métodos mecánicos o eléctricos para efectuar los cálculos. Sólo mencionaremos el péndulo de torsión ideado por M. A. Biot para resolver el problema. Este instrumento consiste en un hilo vertical, de acero, por ejemplo, del cual cuelga una barra horizontal que lleva dos masas dispuestas simétricamente; la barra puede girar en torno del eje vertical que pasa por el hilo; el punto de suspensión puede hacerse rotar a voluntad en torno del mismo eje. Es fácil establecer que la ecuación diferencial que rige las oscilaciones de torsión de este péndulo es análoga a la ecuación (1). Sea I el momento de inercia de la barra y de las masas en torno del eje de rotación; φ , una coordenada angular que define la posición de la barra; c , la rigidez a la torsión del hilo, y $\alpha = \alpha(t)$, el ángulo en que ha girado la suspensión, medido en el mismo sentido que φ . La ecuación del movimiento, obtenida por el teorema del momento cinético, es

$$I \varphi'' = -c (\varphi - \alpha) \quad (8)$$

que, como se ve, es análoga a la ecuación (1). Entonces, adoptando escalas adecuadas, la respuesta del péndulo de torsión coincide con la respuesta de la estructura solicitada por temblor, siempre que el giro de la suspensión sea proporcional a las ordenadas del acelerograma.

En la Escuela de Ingeniería de la Universidad de Chile, los ex-alumnos, hoy ingenieros, señores Juan Lepe y Ramón Torres, han construido, con el auxilio del taller que posee el Instituto Sismológico, un péndulo de torsión, con el cual han podido hacer el análisis del acelerograma del temblor del 13 de septiembre de 1945, registrado en Santiago (Figs. 2 y 3). En la figura 4 aparece el espectro de este temblor para sus dos componentes horizontales. En la fotografía que se acompaña pueden apreciarse las características generales del instrumento. (ver pág. 126)

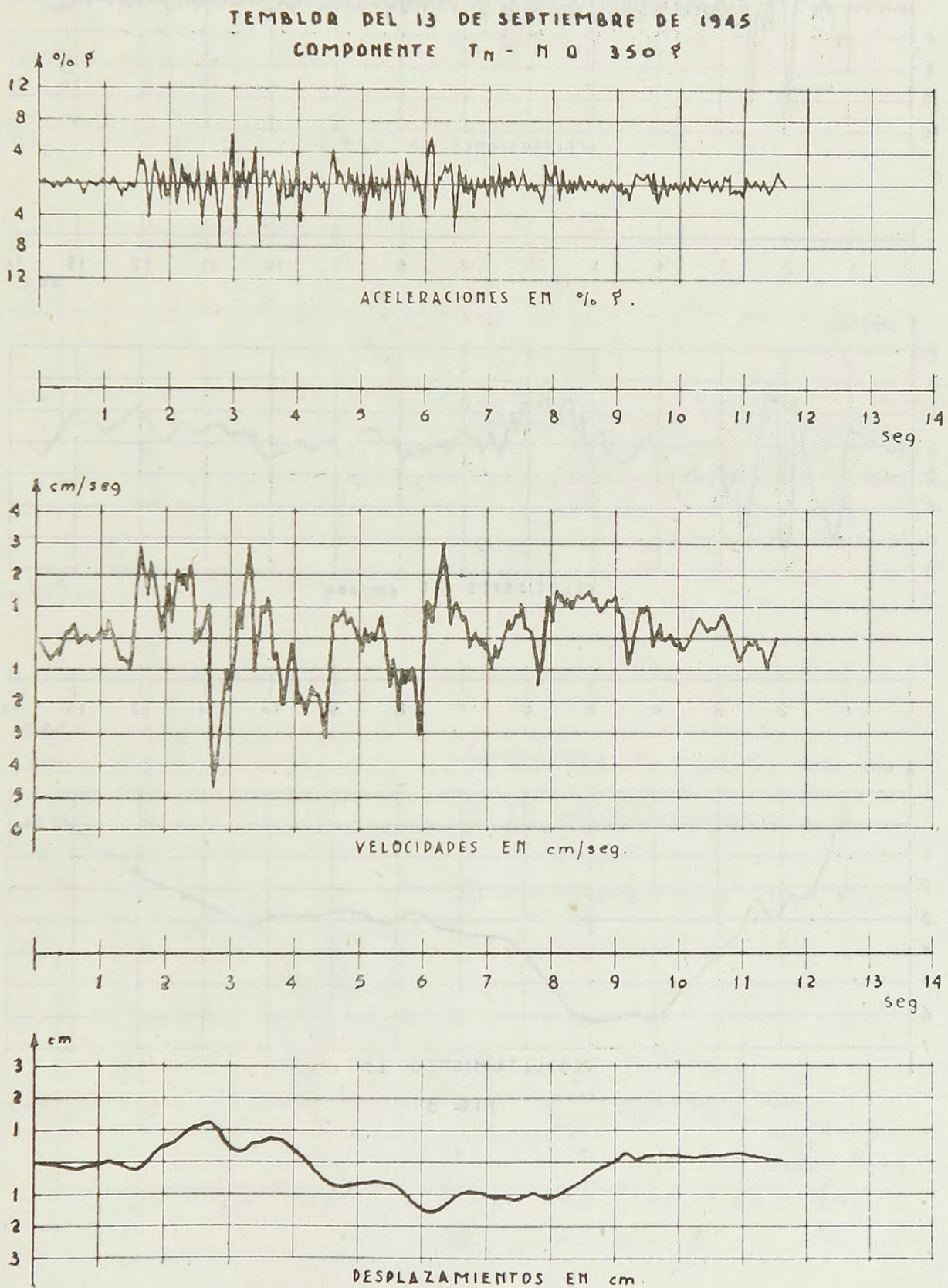


FIG. 2

TEMBLOR DEL 13 DE SEPTIEMBRE DE 1945
COMPONENTE $L_n - S O 260^{\circ}$

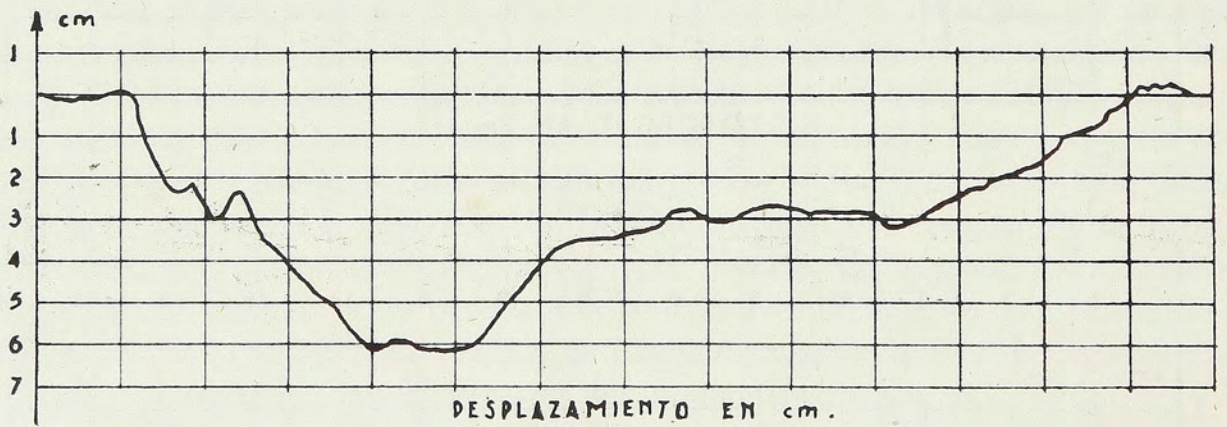
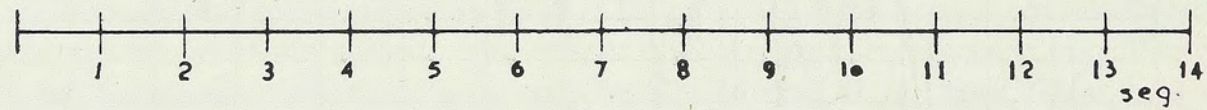
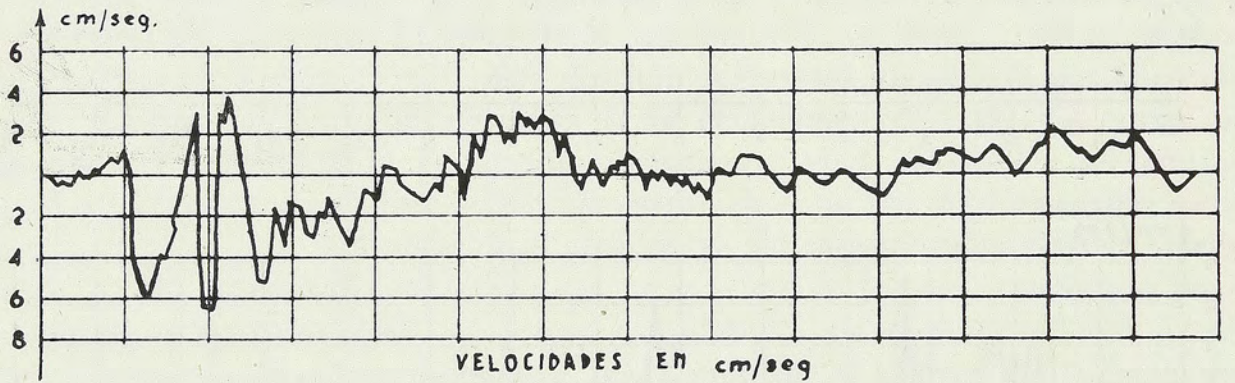
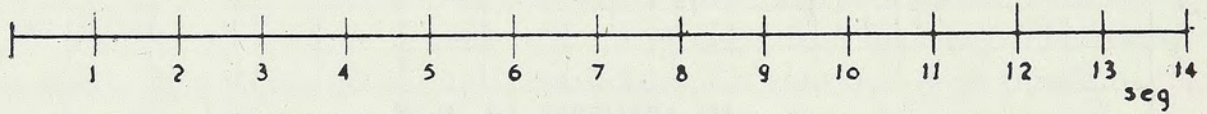
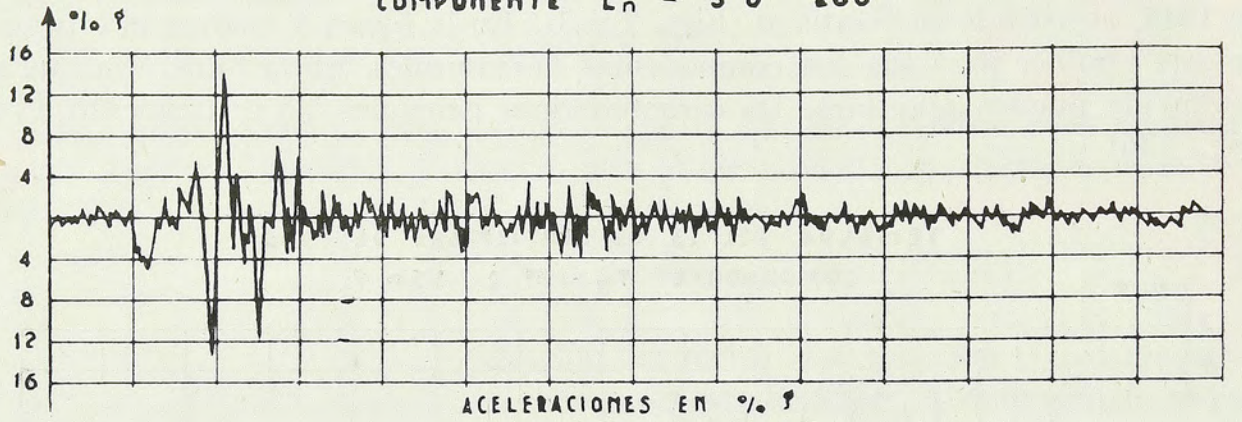
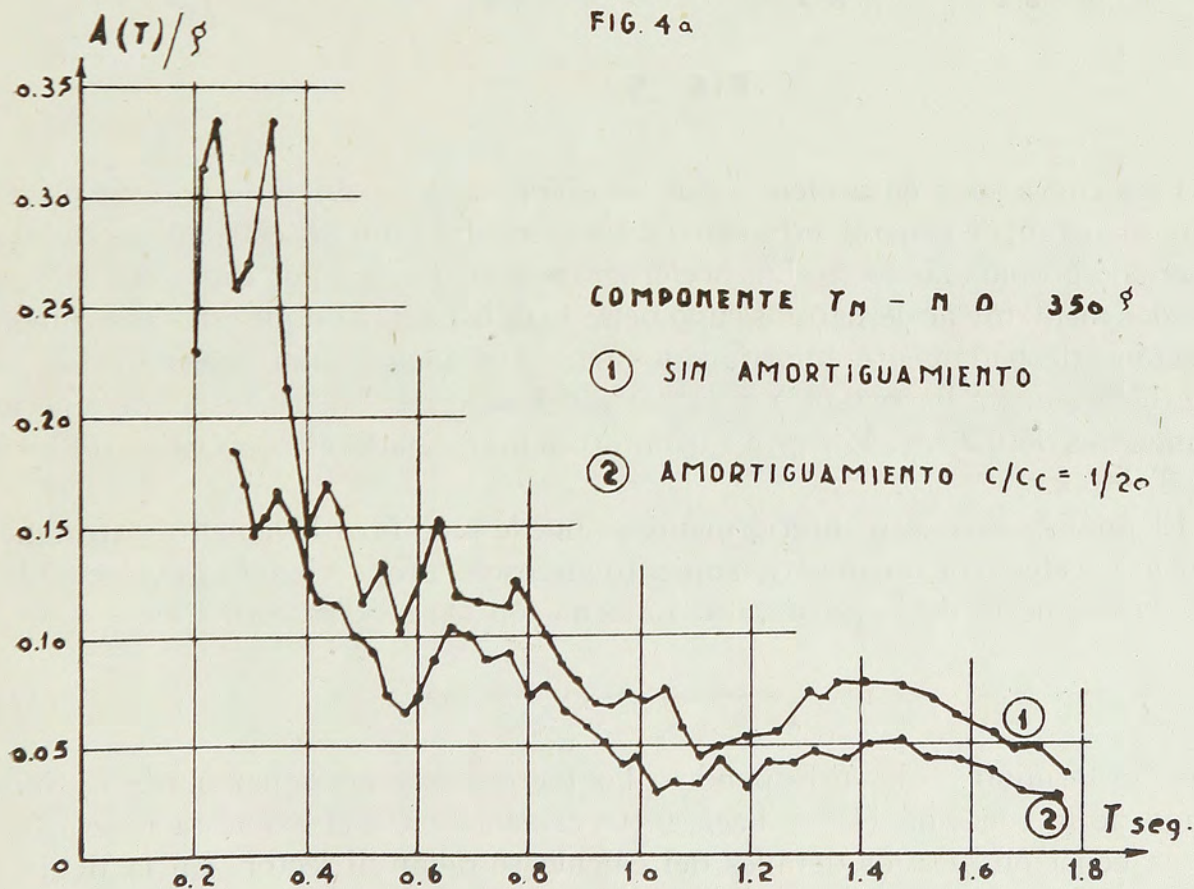
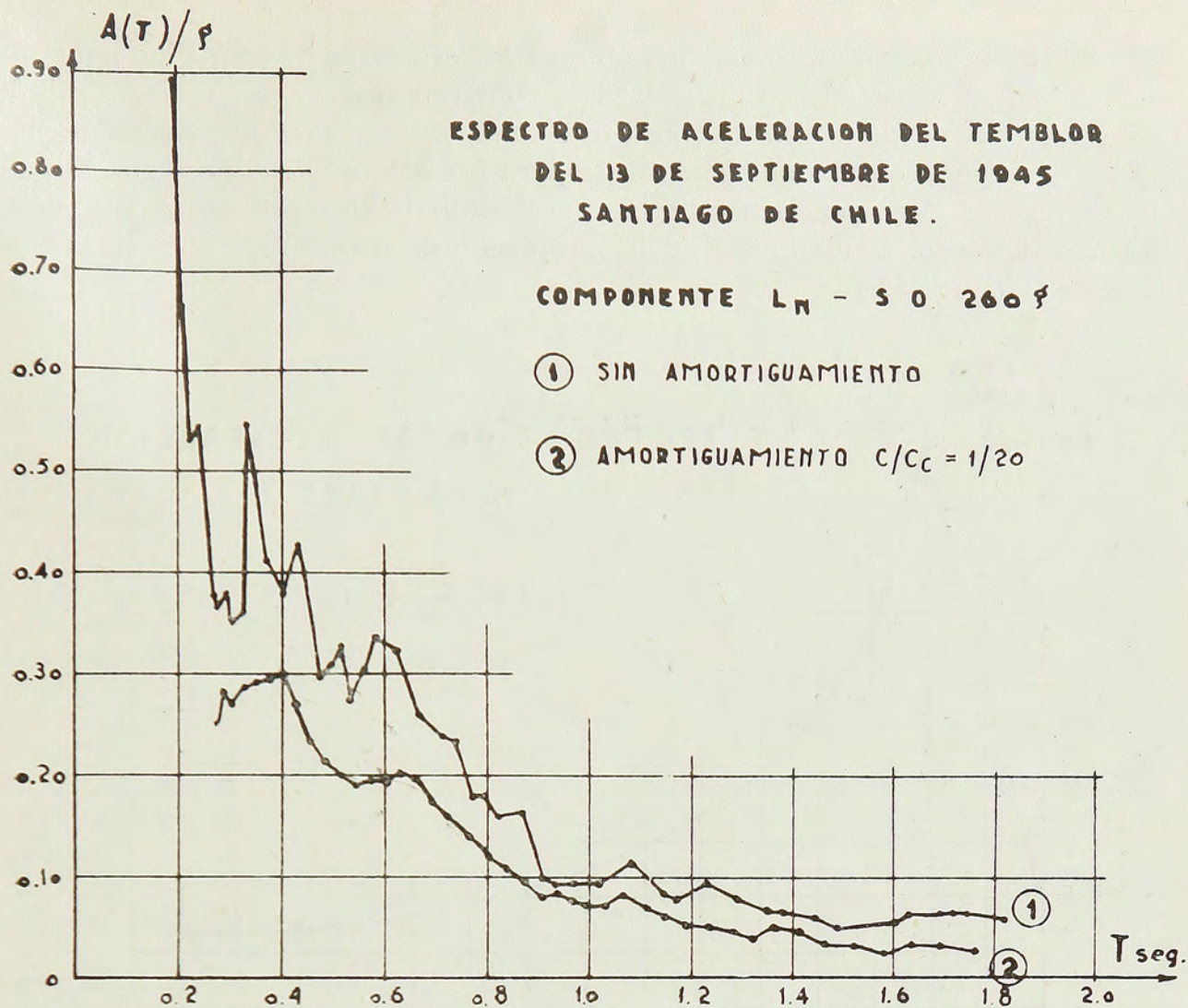


FIG. 3



Para un lugar dado se pueden obtener los espectros de todos los temblores que se hayan registrado en dicho lugar y construir luego una envolvente de los espectros, curva que se puede considerar como *espectro tipo de aceleración*, para el lugar en cuestión. Lo que se necesita para proyectar estructuras antisísmicas en un lugar dado es precisamente esta envolvente de los espectros. A base de un análisis de varios temblores, Biot ha propuesto en forma tentativa el espectro tipo de la figura 5.

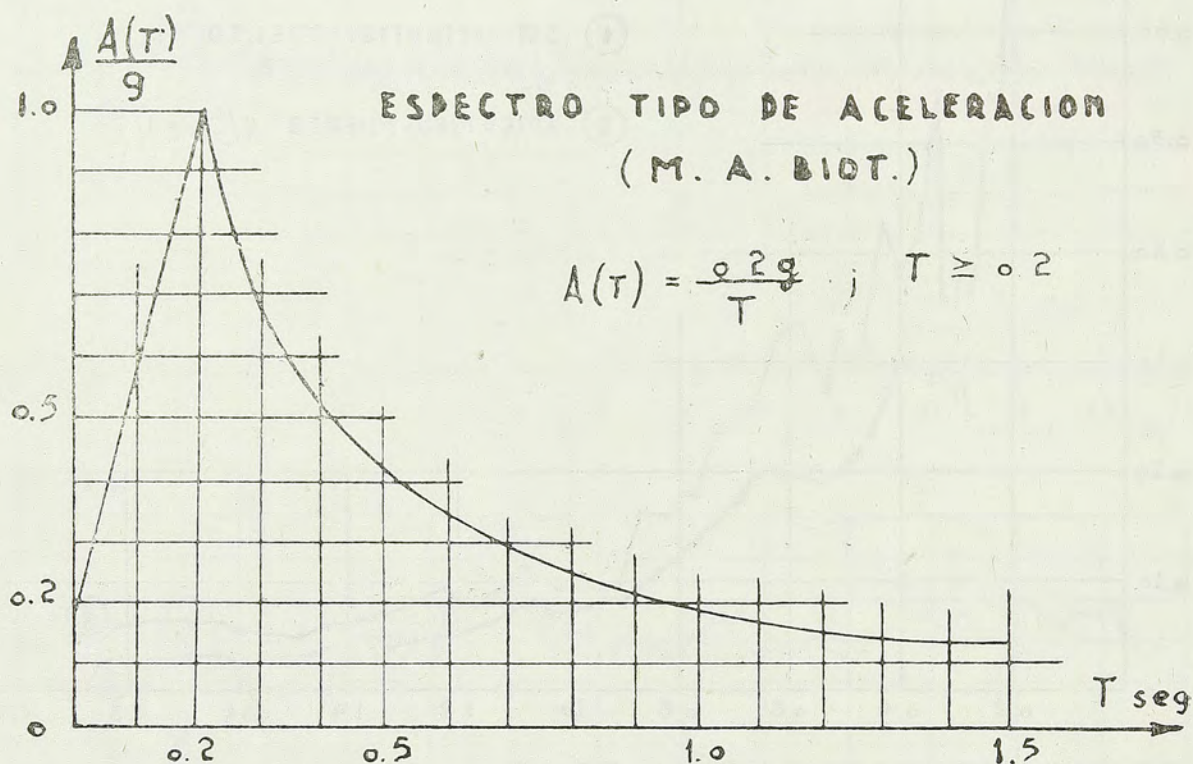


FIG. 5

Esta curva pone en evidencia que las estructuras flexibles, de período propio largo, soportan, en general, esfuerzos de corte menores que las estructuras rígidas, de período propio más corto. Los acelerogramas analizados por Biot han sido registrados mediante acelerógrafos cuyo período es 0,1 seg. Aunque estos instrumentos están adecuadamente amortiguados para funcionar como acelerógrafos, no debe darse mucha importancia a la parte del espectro que corresponde a períodos menores de 0,2 seg. Por esta razón, otros investigadores proponen $A(T) = g$, para $T \leq 0,2$.

El análisis expuesto anteriormente se puede modificar levemente para tener en cuenta el efecto de un amortiguamiento viscoso —proporcional a la velocidad— sobre la respuesta de la estructura. La ecuación (1) se transforma en

$$my'' = -ky - cy' - ma(t) \quad (1)'$$

en que el término $-cy'$ corresponde a las fuerzas de amortiguamiento. La integración de la ecuación (1)' se hace en forma análoga a la expuesta más arriba para la ecuación (1); los detalles del cálculo se dejan al lector. En la figura 4 aparece el espectro del temblor del 13 de septiembre de 1945 para un amortiguamiento igual a 0,05 veces el amortiguamiento crítico.

Como era de esperar, la presencia de fuerzas de amortiguamiento trae por consecuencia una notable reducción de amplitudes; su efecto es beneficioso y a dichas fuerzas debe atribuirse en gran parte que, estructuras diseñadas para fuerzas horizontales relativamente pequeñas hayan resistido tan bien. Las experiencias realizadas en los EE. UU. han llevado a la conclusión que, si el amortiguamiento es pequeño, bastan pequeñas variaciones del amortiguamiento para obtener grandes variaciones en las amplitudes; esta influencia del amortiguamiento se hace menos importante (relativamente) para amortiguamientos fuertes.

Martel, Housner y Alford han analizado 28 sismogramas de temblores fuertes, obteniendo unas 80 curvas de espectro para distintos valores del amortiguamiento. En la figura 6 se dan los resultados para el terremoto de El Centro, California, de mayo de 1940. Se ve que un amortiguamiento tan pequeño como 2% del amortiguamiento crítico suaviza por completo la curva del espectro. Este efecto es más marcado para períodos cortos, por lo cual el espectro se aplanar. Resulta, pues, inútil prohibir ciertas estructuras porque tengan tal o cual período propio.

Es conveniente observar que para amortiguamientos del 8 al 15% del crítico, como son los que probablemente rigen para estructuras de hormigón armado, la reducción en el esfuerzo de corte basal debida al amortiguamiento, a pesar de ser sustancial, es aún insuficiente para explicar el buen comportamiento anti-sísmico de este tipo de estructuras. Hay, sin duda, otros factores de reducción no considerados.

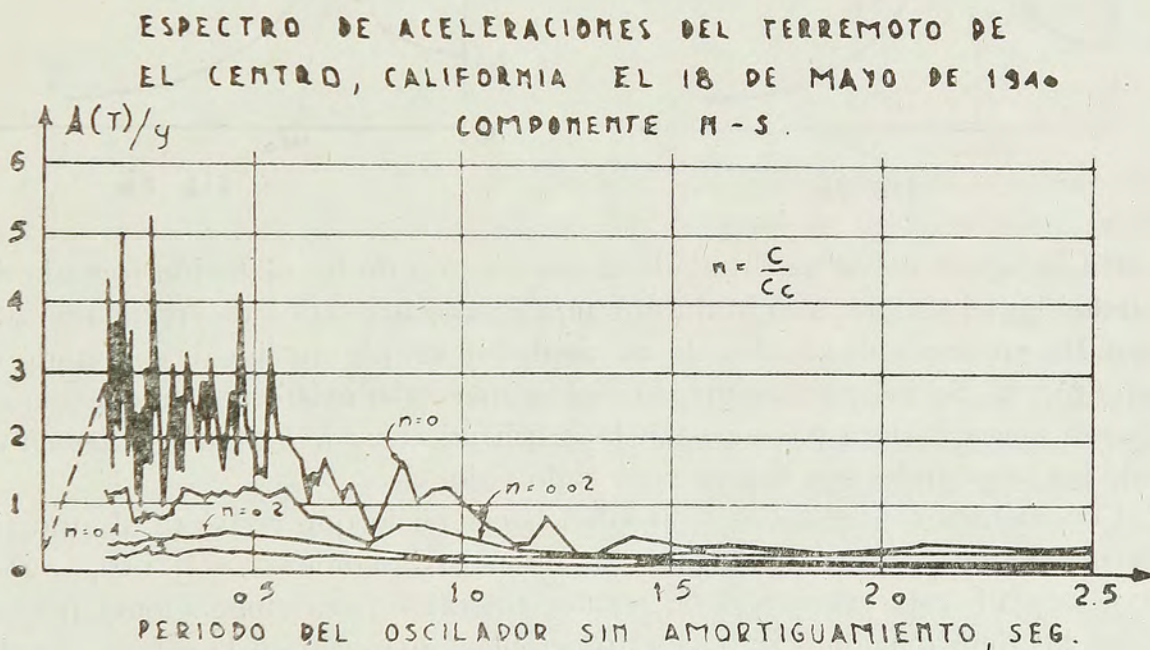


FIG. 6

A continuación discutiremos las hipótesis que se han hecho para plantear e integrar las ecuaciones (1) y (1)′.

En primer lugar, se ha supuesto que la estructura se comporta como un sistema mecánico de un grado de libertad; esto limita el campo de aplicación de los resultados a estructuras muy simples. En un próximo trabajo, nos proponemos extender el método a estructuras de varios grados de libertad ⁽¹⁾.

(1) Este trabajo se publicará próximamente en Anales del Instituto de Ingenieros y en la Revista de Matemáticas.

Se ha admitido que la rigidez k es una constante. Para las estructuras reales, k es función de la elongación; esto complica extremadamente el problema de la integración de la ecuación (1), que deja de ser lineal. Deja de valer el principio de superposición, y todo el análisis anterior queda invalidado. Ya no cabe hacer una distinción entre oscilación transiente y oscilación forzada; no se pueden sumar, simplemente, los efectos de impulsos sucesivos, y la solución del problema no se puede obtener por la integral de Duhamel; la oscilación libre y la perturbación dejan de ser independientes y no vale hacer distinción entre ellas. Afortunadamente, el efecto de esta no-linearidad de la estructura introduce una segunda limitación de amplitudes.

Se puede obtener una idea de la naturaleza de este fenómeno de limitación de amplitudes debida a una rigidez no lineal de la estructura, examinando las curvas de resonancia de dos osciladores simples: uno de característica lineal y otro de rigidez variable (Figs. 7a y 7b).

LIMITACION DE AMPLITUDES DEBIDA A LA NO-LINEARIDAD.

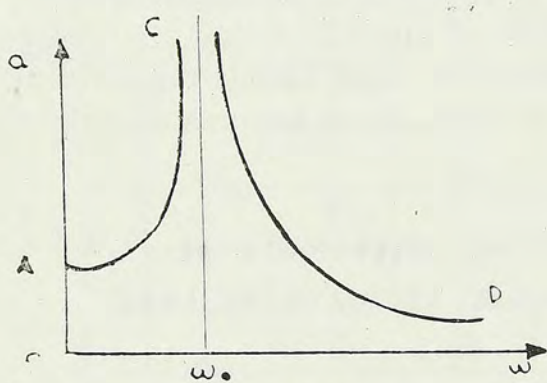


FIG 7a

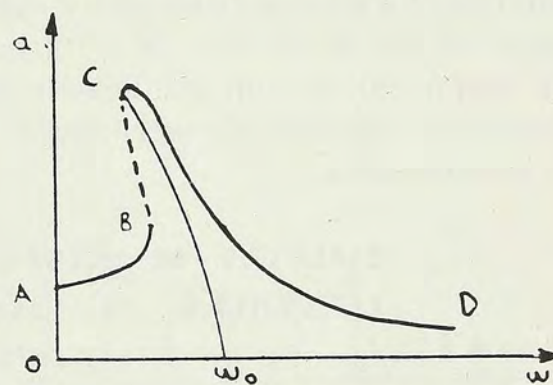


FIG 7b

En la figura 7a, se ha dibujado la amplitud a de la oscilación forzada de un oscilador lineal simple, solicitado por una fuerza armónica de frecuencia ω . La figura 7b, corresponde al caso de un oscilador simple no lineal, solicitado en la misma forma. Se ve que, mientras en el primer caso existe una frecuencia ω_0 de la fuerza perturbadora para la cual la amplitud crece indefinidamente, en el segundo las amplitudes son finitas para todo valor de ω .

Consideraciones análogas se pueden hacer en lo que respecta al amortiguamiento. Se ha supuesto que las fuerzas de amortiguamiento son proporcionales a la velocidad; esta aproximación resulta tolerable para elongaciones pequeñas. Apenas las deformaciones se hacen apreciables, aparecen en la estructura deformaciones permanentes y la tasa de disipación de energía crece en forma extraordinaria. También se puede esperar que esta no-linearidad del amortiguamiento resulte beneficiosa para la estructura, aunque complica extremadamente el análisis.

En conexión con las deformaciones permanentes que se producen en la estructura durante un terremoto, cabe esperar que estas deformaciones cambien las características de la estructura; es lo que comprueba la experiencia: el período propio (para oscilaciones de pequeña amplitud) de una estructura no es el mismo antes que después de producidas las deformaciones permanentes; deben esperarse, entonces, lo que Volterra llama fenómenos hereditarios: por ejemplo, las propiedades elásticas de la estructura dependerán de su *historia*.

Mediciones de períodos de edificios efectuadas en Japón, antes y después del terremoto de Kanto (septiembre de 1923), acusan grandes diferencias entre ambas medidas; en todos los casos el período se alargó. Pruebas de vibración forzada en estructuras, a escala natural y escala 1 : 2, han confirmado concluyentemente este hecho: el período propio de una estructura cambia durante un terremoto; el período propio, aún de una estructura no dañada, se alarga al aumentar las elongaciones.

Se ha supuesto, finalmente, que la estructura se comporta como si estuviera colocada sobre una mesa vibrante, animada de un movimiento horizontal. La realidad es más compleja: hay rotación y deslizamiento de la fundación; esto introduce nuevos grados de libertad. Hay transferencia de energía de la estructura a su fundación. Parte del terreno participa del movimiento de la estructura, lo que acarrea una incertidumbre en la definición de los parámetros que la caracterizan: su masa, por ejemplo.

Como puede apreciarse, el problema del cálculo antisísmico, desde el punto de vista de sus fundamentos teóricos, apenas está planteado. El intento de resolverlo en la forma propuesta por Biot fracasa —aunque no del todo—, por estar basado en simplificaciones demasiado drásticas. Y decimos no del todo porque, si bien es cierto que el espectro tipo que propone Biot, conduce a fuerzas exageradas, puede servir de base para apreciar el efecto beneficioso de los distintos factores que hemos discutido más arriba y conducir, por último, a una solución satisfactoria.

Ojalá que esta misma incertidumbre e ignorancia nuestra sea una incitación a la investigación.

El avance logrado hasta ahora es considerable, sobre todo si se tiene en cuenta que hace muy poco que se poseen medios adecuados para registrar temblores fuertes. Recién, en 1932, la United States Coast and Geodetic Survey inició un programa de trabajo en California, con el propósito de obtener registros de temblores en zonas destructivas. El temblor de Long Beach, del 10 de marzo de 1933, produjo los primeros resultados, aunque imperfectos debido a que la aceleración excedió aquella para la cual habían sido proyectados los instrumentos. El programa se continuó con instrumentos más robustos. El registro del terremoto de El Centro, de 18 de mayo de 1940, constituye el resultado más significativo obtenido hasta ahora.

En Japón no se han obtenido sismogramas que puedan ser de utilidad al ingeniero, salvo para el terremoto de Kanto.

En Chile no poseemos más que un sismograma relativamente fuerte: el analizado por los señores Lepe y Torres.

El autor agradece a los señores Lepe y Torres la autorización para reproducir los resultados de su análisis, y al Sr. Rodrigo Flores el haberle facilitado acceso a las referencias 1, 3 y 4.

REFERENCIAS

- 1.—JUAN LEPE y RAMON TORRES: *El péndulo de torsión en el análisis sísmico*. Memoria para optar al título de ingeniero civil. Santiago, 1950.
- 2.—M. A. BIOT: *Analytical and experimental methods in engineering seismology*. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 1943, pp. 365-408.
- 3.—VARIOS AUTORES: *Lateral forces of earthquake and wind*. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. April 1951; Separate N.º 66.
- 4.—VARIOS AUTORES: *Discussion of lateral forces of earthquake and wind*. Id. May, 1952; Separate N.º D-66.

