

## Fórmula general para cañerías y canales

Las fórmulas existentes, de la forma  $J = C \frac{U^n}{D^m}$  consultan valores de  $C$  variables según la rugosidad de las paredes y además valores de los exponentes  $n$  y  $m$ , variables según la clase del material (asbesto, madera, concreto, fierro, etc.); esto último, que es un absurdo, me llevó al estudio general del escurrimiento a partir del régimen estratificado, abarcando todo el régimen intermedio y el turbulento, para encontrar las causas de esta anomalía. Al final de esta exposición, veremos que esta variación de los exponentes, se debe a que los experimentadores, han caído dentro del régimen intermedio (cañerías de pequeño diámetro como lo son las de asbesto) y se han visto forzados a obrar sobre los exponentes, dando la apariencia que es el material mismo el que ha cambiado la «manera de escurrir», si podemos decirlo así, del líquido.

Haremos la deducción de una fórmula, cuya estructura básica, nos la indica la teoría de la homogeneidad, aceptando de antemano, que la forma de las ecuaciones existentes, es la verdadera; es decir, que las variables que intervienen, se relacionan unas con otras por un producto de ellas, elevadas a cierto exponente. La aplicación de la fórmula resultante, nos dice que esta hipótesis es cierta.

*Cañerías.*—La pérdida de carga en el régimen turbulento, es forzosamente función de la clase del líquido que escurre, de la velocidad que lleva, del diámetro del tubo, del material de las paredes y de la aceleración de gravedad.

El líquido, queda definido por su viscosidad y su densidad (valores dependientes de la temperatura) y el material de las paredes del tubo, hidráulicamente, queda definido por su rugosidad.

Acepto, a priori, que el régimen turbulento real, es la suma de dos efectos: uno, correspondiente a un régimen teórico laminar o estratificado puro, en que la aceleración de gravedad pierde importancia frente a la viscosidad y otro, correspondiente a un régimen teórico turbulento, en que se desprecia por completo a la viscosidad, frente a la importancia de la aceleración de gravedad. La influencia recíproca de estos dos regímenes teóricos, dentro del turbulento real, queda expresada, basándonos en la hipótesis que hemos establecido respecto a la forma de la ecuación, por el producto de las cantidades características de cada régimen, afectado por coeficientes y exponentes numéricos, cuyos valores, los determinaremos a través de las experiencias existentes.

Si llamamos  $J_l$  la pérdida de carga correspondiente al régimen teórico laminar y  $J_t$  la pérdida de carga en el régimen teórico turbulento, podemos escribir:

A) 
$$J = \varphi J_l J_t$$

en que  $J$  es la pérdida de carga por unidad de longitud, en el régimen turbulento real.

Separadamente, tenemos pues:

$$\begin{aligned} 1) & \quad J_1 \equiv a \mu^x \rho^y U^z D^s K^t \\ \text{y } 2) & \quad J_t \equiv \beta g^n \rho^v U^w D^r K^p \end{aligned}$$

con el siguiente significado de las cantidades del segundo miembro:

$$\begin{aligned} a, \beta &= \text{coeficientes numéricos} \\ \mu &= \text{viscosidad (M L}^{-1} \text{T}^{-1}) \\ \rho &= \text{densidad (M L}^{-3}) \\ U &= \text{velocidad media (L T}^{-1}) \\ D &= \text{diámetro (L)} \\ K &= \text{un factor, función de las alturas de las asperezas (L)} \\ g &= \text{aceleración de gravedad (L T}^{-2}) \end{aligned}$$

colocando en 1) las dimensiones de las cantidades respectivas, la teoría de la homogeneidad, nos permite poner:

$$\begin{aligned} \text{M}^0 \text{L}^0 \text{T}^0 &\equiv (\text{M L}^{-1} \text{T}^{-1})^x (\text{M L}^{-3})^y (\text{L T}^{-1})^z (\text{L})^s (\text{L})^t \\ \text{resultando } \text{M}^0 \text{L}^0 \text{T}^0 &\equiv \text{M}^{x+y} \text{L}^{-x-3y+z+s+t} \text{T}^{-x-z} \end{aligned}$$

es decir:

$$\begin{cases} x + y = 0 \\ -x - 3y + z + s + t = 0 \\ -x - z = 0 \end{cases}$$

como hay 5 incógnitas y sólo 3 ecuaciones, podemos expresar  $y$ ,  $z$ ,  $s$  en función de  $x$ ,  $t$ , quedándonos:

$$\begin{aligned} y &= -x \\ z &= -x \\ s &= -x - t \end{aligned}$$

reemplazando estos valores en 1) tenemos:

$$J_1 = a \mu^x \rho^{-x} U^{-x} D^{-x-t} K^t \text{ que se puede transformar, resultando}$$

$$J_1 = a \left( \frac{\mu}{\rho U D} \right)^x \left( \frac{K}{D} \right)^t$$

Si en esta expresión llamamos  $\frac{\rho U D}{\mu} = R_e$  que es el *número de Reynolds* y  $\frac{K}{D} = f$  que es la rugosidad relativa al diámetro, nos queda finalmente:

$$3) \quad J_1 = a \frac{f^t}{R_e^x}$$

Para la expresión 2) siguiendo el mismo procedimiento anterior, tenemos:

$$M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ} \equiv (L T^{-2})^u (M L^{-3})^v (L T^{-1})^w (L)^r (L)^p$$

$$M^{\circ} L^{\circ} T^{\circ} \equiv M^v L^{u-3v+w+r+p} T^{-2u-w}$$

$$\left. \begin{aligned} v &= 0 \\ u + 3v + w + r + p &= 0 \\ -2u - w &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} v &= 0 \\ w &= -2u \\ r &= u - p \end{aligned}$$

Reemplazando en 2) tenemos:

$J_t = \beta g^u \rho^{\circ} U^{-2u} D^{u-p} K^p$  que se puede transformar, resultando:

$$J_t = \beta \left( \frac{D g}{U^2} \right)^u \left( \frac{K}{D} \right)^p$$

En esta expresión llamaremos  $U^2 / 2g = F_r$ , que es el *número de Froude* y nuevamente  $\frac{K}{D} = f$  quedándonos:

$$4) \quad \underline{\underline{J_t = \beta \frac{f^p}{F_r^u}}}$$

Introduciendo las expresiones 3) y 4) en la igualdad A) tenemos:

$$B) \quad J = \varphi^a \beta \frac{f^{t+p}}{R_e^x F_r^u}$$

Haciendo  $\varphi^a \beta = \gamma$   
 $t + p = n$

nos queda la fórmula:

$$C) \quad \underline{\underline{J = \gamma \frac{f^n}{R_e^x F_r^u}}}$$

Las experiencias nos indican, que  $x = 0,2$  y  $u = -1$ . Podemos poner la fórmula general:

$$D) \quad J = \gamma \frac{F_r}{R_e^{0,2} f^m} \text{ haciendo } m = -n.$$

En el valor de  $f = \frac{K}{D}$  tenemos que  $K$  es una función de las alturas de las asperezas, es decir  $K = \delta k$

en que  $k$  es la altura media de las rugosidades y  $\delta$  un coeficiente numérico, mayor para rugosidades pequeñas y menor para rugosidades grandes, de modo que los valores de  $K$  siguen las fluctuaciones del coeficiente  $\delta$ .

De esto podemos deducir que las variaciones de pequeñas rugosidades, influyen más en la pérdida de carga  $J$ , que las variaciones de rugosidades grandes; conclusión esta que queda confirmada por las *experiencias de Nikuradse*.

Llamaremos  $K_0$  a los valores de  $K$  para cañerías nuevas y  $K_{25}$  a los valores de  $K$  para cañerías con 25 años de uso.

La tabla que sigue, da estos valores, tanto para aguas calcáreas como para aguas poco calcáreas.

VALORES DE  $K$ 

| TIPO DE CAÑERÍA:  | $K_0$        | Aguas poco calcáreas                                     | Aguas calcáreas |
|---|--------------|--|-----------------|
|   |              | $K_{25}$   | $K_{25}$        |
| <b>Fierro:</b>  |              |  |                 |
| 1) Cañerías remachadas totalmente, con remachadura longitudinal y cubrejuntas remachadas, con cabeza de remache sobresaliente.....    | 3960 a 18950 | 1100 a 5260  | 596 a 2860      |
| 1 a) Palastros hasta 3 16" de espesor .....   | 18.950       | 5.260  | 2.860           |
| 1 b) Planchas desde 3 16" hasta 7 16" de espesor con juntas cónicas o cilíndricas.....  | 9.090        | 2.520  | 1.370           |
| 1 c) Planchas desde 1/2" arriba, con juntas cónicas o cilíndricas y planchas de 1/4" hasta 7 16" de espesor, con juntas de tope ..... | 5.900        | 1.640  | 890             |
| 1 d) Planchas de espesor superior a 1/2" con juntas lisas .....   | 3.960        | 1.100  | 596             |
| 2) Cañerías con cubrejuntas remachadas, sin remachadura longitudinal. ....  | 33.000       | 9.170  | 4.975           |
| 3) Cañería de enchufe y cordón, bridas, manguito exterior, en resumen sin remachaduras interiores; sin ser absolutamente lisas.. ..   | 45.000       | 12.500   | 6.790           |
| 4) Madera (en dovelas). ....  | 33.000       |  |                 |
| 5) Hormigón.  |              |  |                 |
| 5 a) Tuberías usadas, elementos unidos con poco esmero.....   | 2.250        | } No influye la edad de la cañería, ni la clase de agua. |                 |
| 5 b) Unión cuidadosamente ejecutada .....   | 9.550        |  |                 |
| 5 c) Tubos monolíticos ordinarios .....   | 24.800       |  |                 |
| 5 d) Superficie interna lisa.....   | 33.000       |  |                 |
| 6 Asbesto .....   | 45.000       |  |                 |

He clasificado las cañerías, subordinándolas a los tipos de cañerías, escogidos por Scobey, pues me parece una división bastante práctica.

La ecuación  $J = \gamma \frac{F_r}{R_e^{0,2} f^m}$ , introduciendo los valores  $D$ ,  $U$ ,  $K$  y aceptando  $\nu = 10^{-6}$  (correspondiente a una temperatura de 20° C) y  $g = 9,8$  nos queda:

$$E) \quad J = 0,00645 \gamma \left( \frac{D}{K} \right)^m \frac{U^{1,8}}{D^{1,2}}$$

Para el régimen turbulento  $\gamma$  toma el valor 1 y  $m$  el valor 0,2; es decir

$$F) \quad J = 0,00645 \left( \frac{D}{K} \right)^{0,2} \frac{U^{1,8}}{D^{1,2}}$$

A continuación tenemos los valores de  $\gamma$  y  $m$  para el régimen intermedio, definido por el número de Reynolds. Este régimen es el que queda comprendido entre el estratificado, cuyo límite superior lo da  $R_e = 2,5 \times 10^3$  y el turbulento, cuyo límite inferior lo da  $R_e = 10^7$ .

VALORES DE  $\gamma$  y  $m$ .

| $R_e$             | $\gamma$ | $m$    | Observaciones          |
|-------------------|----------|--------|------------------------|
| $2,5 \times 10^3$ | 0,08     | 0      | Régimen estratificado. |
| $5 \times 10^3$   | 0,10     | 0,0133 | Régimen intermedio     |
| $7,5 \times 10^3$ | 0,115    | 0,0267 | » »                    |
| $10^4$            | 0,125    | 0,0398 | » »                    |
| $2,5 \times 10^4$ | 0,164    | 0,0534 | » »                    |
| $5 \times 10^4$   | 0,204    | 0,0665 | » »                    |
| $7,5 \times 10^4$ | 0,227    | 0,08   | » »                    |
| $10^5$            | 0,25     | 0,0932 | » »                    |
| $2,5 \times 10^5$ | 0,331    | 0,1065 | » »                    |
| $5 \times 10^5$   | 0,406    | 0,12   | » »                    |
| $7,5 \times 10^5$ | 0,456    | 0,1335 | » »                    |
| $10^6$            | 0,5      | 0,1466 | » »                    |
| $2,5 \times 10^6$ | 0,658    | 0,16   | » »                    |
| $5 \times 10^6$   | 0,81     | 0,1735 | » »                    |
| $7,5 \times 10^6$ | 0,915    | 0,187  | » »                    |
| $10^7$            | 1        | 0,2    | Régimen turbulento.    |

A través de  $\gamma$  se ve que a medida que nos acercamos al régimen estratificado, va disminuyendo la influencia de  $F_r$  y a través de « $m$ » vemos que la rugosidad relativa influye cada vez menos, hasta desaparecer su importancia en el régimen estratificado.

Al pasar al régimen laminar, el escurrimiento cambia bruscamente, cambiando con ello, la forma de la ecuación, siguiendo la ley de Reynolds, que se expresa por la fórmula

$$G) \quad J = 32 \frac{F_r}{R_e}$$

*Límites de aplicación de la fórmula de cañerías*

Para diámetros superiores a 0,20 m. la fórmula F) es válida para escurrimientos con un número de Reynolds superior a  $10^5$ . (La corrección del régimen intermedio con  $R_e$  comprendido entre  $10^5$  y  $10^7$ , es despreciable para estos diámetros). Para diámetros inferiores a 0,20 m. debe usarse la fórmula F) si  $R_e > 10^6$  y la fórmula E) si  $R_e < 10^6$ .

Para cualquier diámetro, debe usarse la fórmula E) si  $R_e < 10^5$  y la fórmula G) si  $R_e < 2,5 \times 10^3$ .

*Canales.*—Si en la fórmula de las cañerías, reemplazamos el valor de D (dimensión característica de los tubos) por  $4R$ , siendo R el *radio hidráulico* (que podemos aceptar como la dimensión característica de los canales) obtenemos la fórmula

$$H) \quad J = \frac{0,00645}{4} \left( \frac{R}{K} \right)^{0,2} \frac{U^{1,8}}{R^{1,2}} = 0,0016125 \left( \frac{R}{K} \right)^{0,2} \frac{U^{1,8}}{R^{1,2}}$$

En la tabla que sigue, aparecen los valores de K de Anwandter y los de n de Ganguillet y Kutter:

VALORES DE K.

|   | K      | n     |
|---|--------|-------|
| 1.—Concreto muy enlucido, madera acepillada.....  | 75.000 | 0,010 |
| 2.—Tablas machihembradas, concreto aplanado, pero no enlucido, albañilería de bolones lisos.....  | 45.000 | 0,012 |
| 3.—Tablas corrientes, concreto, ladrillo liso.....  | 24.800 | 0,013 |
| 4.—Paredes de tablon, enladrillado bruto, concreto viejo.....   | 9.550  | 0,015 |
| 5.—Albañilería de bolones, bien hecha, concreto áspero, mortero descuidado.....   | 2.250  | 0,016 |
| 6.—Bolones corrientes y concreto con embanques.....   | 1.100  | 0,017 |
| 7.—Revestimientos ásperos con embanques y fondo en buen estado.....   | 596    | 0,020 |
| 8.—Revestimientos descuidados, fondo en regular estado y embanques.....   | 250    | 0,022 |
| 9.—Canal en tierra en muy buen estado, sin vegetaciones.....  | 100    | 0,025 |
| 10.—Paredes de tierra con fondo embancado o con ripio, poca vegetación, paredes rocosas.....  | 30     | 0,027 |
| 11.—Tierra con embanques y vegetaciones, ripio grueso y pared en mal estado.....  | 3      | 0,030 |
| 12.—Canal en tierra en malas condiciones, con muchas vegetaciones, con depósitos gruesos, con arrastres grandes, hielo en suspensión..... | 1      | 0,035 |

La fórmula de cañerías para régimen turbulento, la llevé al abaco, que aparece al final. Este abaco puede usarse también para los canales, entrando con R en vez de D. Se acortan así enormemente los tanteos, en el cálculo de las alturas normales.

# ABACO PARA CAÑERIAS DE FIERRO, MADERA, HORMIGON, ASBESTO Y PARA CANALES CON LAS RUGOSIDADES USUALES

VALORES DE K EN CAÑERIAS

| Tipo     | Cañería nueva | 25 Años de uso     |               |
|----------|---------------|--------------------|---------------|
|          |               | Agua poco calcárea | Agua calcárea |
| Fierro   | 1a            | 18.950             | 5.260         |
| "        | 1b            | 9.090              | 2.520         |
| "        | 1c            | 5.900              | 1.640         |
| "        | 1d            | 3.960              | 1.100         |
| "        | 2             | 33.000             | 9.170         |
| "        | 3             | 45.000             | 6.790         |
| Madera   | 4             | 33.000             |               |
| Hormigón | 5a            | 2.250              |               |
| "        | 5b            | 9.550              |               |
| "        | 5c            | 24.800             |               |
| "        | 5d            | 33.000             |               |
| Asbesto  | 6             | 45.000             |               |

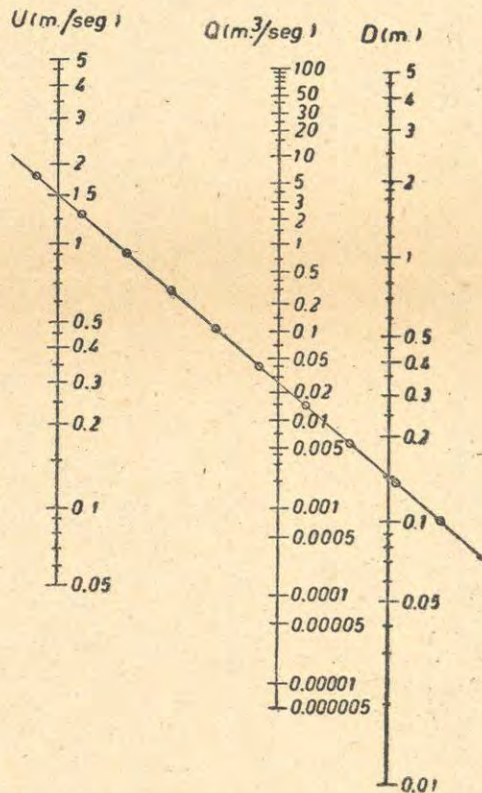
$$J = \frac{F_r}{R_e^{0.2} f^{0.2}} = 0.00645 \left(\frac{D}{K}\right)^{0.2} \frac{U^{1.8}}{D^{1.2}}$$

AGUA A 20°C CON  $\nu = 10^{-6}$   
ACELERACION DE GRAVEDAD  $g = 9.8$

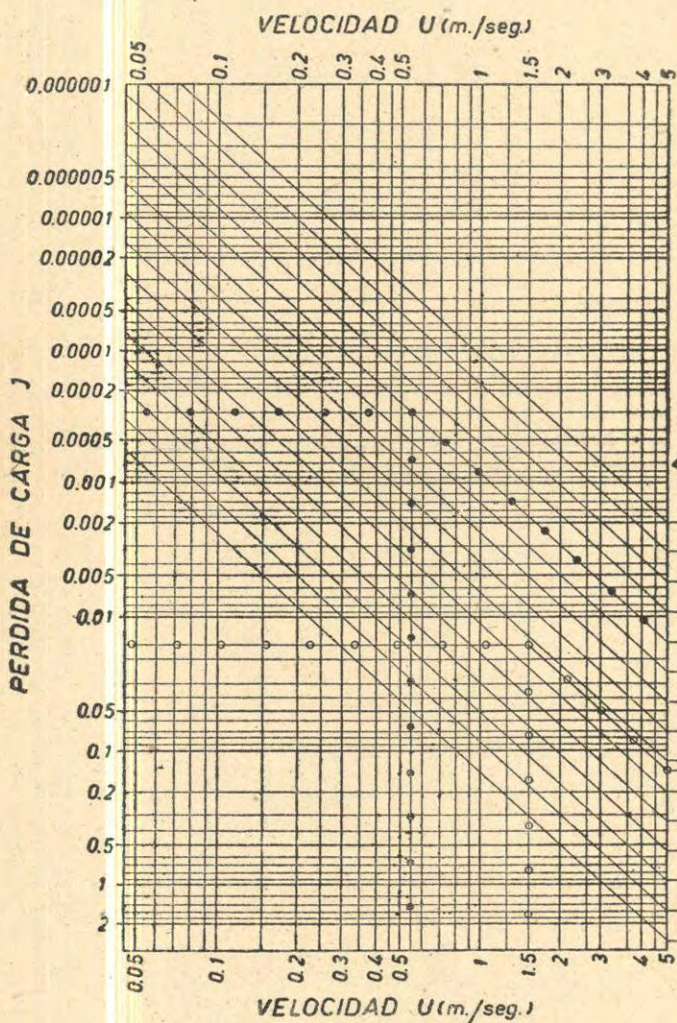
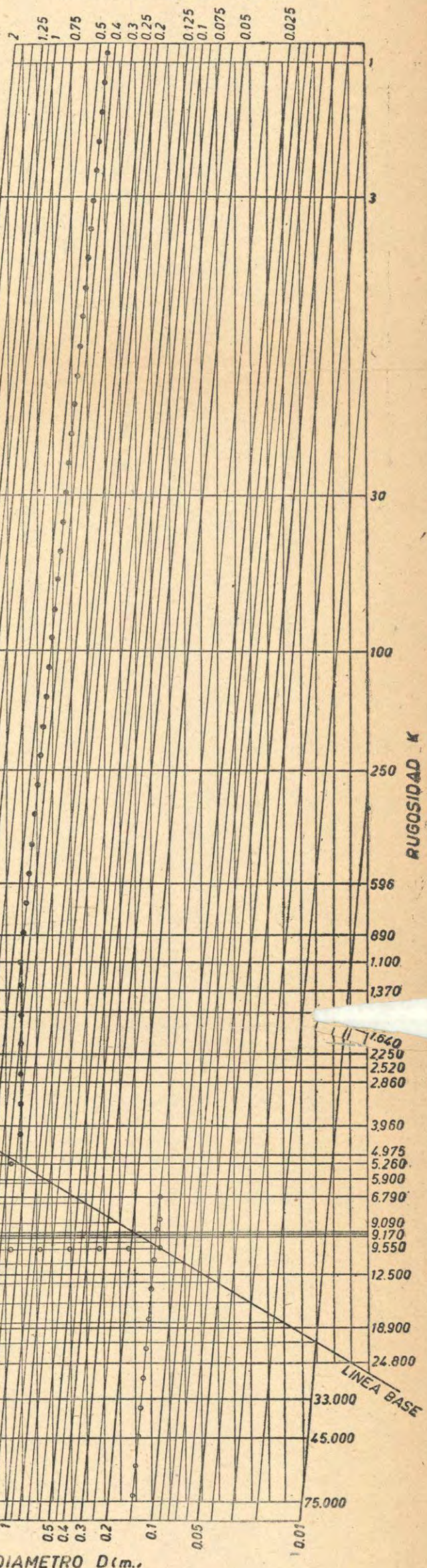
$$J = \frac{0.00993}{K^{0.2}} \frac{Q^{1.8}}{D^{4.6}}$$

VALORES DE K EN CANALES Y n DE GANGUILLET Y KUTTER

| Tipo | K      | n     |
|------|--------|-------|
| 1    | 75.000 | 0.010 |
| 2    | 45.000 | 0.012 |
| 3    | 24.800 | 0.013 |
| 4    | 9.550  | 0.015 |
| 5    | 2.250  | 0.016 |
| 6    | 1.100  | 0.017 |
| 7    | 596    | 0.020 |
| 8    | 250    | 0.022 |
| 9    | 100    | 0.025 |
| 10   | 30     | 0.027 |
| 11   | 3      | 0.030 |
| 12   | 1      | 0.035 |



RADIO HIDRAULICO R (m.)



**EJEMPLO.** - ① Datos: Agua calcárea, cañería para 25 años de uso del tipo 3  $J=0.015$  y  $U=1.5$  m:seg  
Procedimiento Del cuadro obtenemos  $K=6.790$  siguiendo la línea  $\circ-\circ$  en el abaco inferior obtenemos  $D=0.15$  m. En el abaco superior se obtiene  $Q=0.027$  m³:seg.  
② Datos: Canal tipo 6,  $R=0.45$  m y  $J=0.0003$   
Procedimiento Del cuadro,  $K=1.100$ , siguiendo la línea  $\circ-\circ$  en el abaco inferior,  $U=0.56$  m:seg (correspondiente a altura normal)