Julio Ibáñez Valenzuela

Normas para el cálculo de asismicidad en las construcciones

Objeto del presente estudio

La Ordenanza General de Construcciones contiene disposiciones relativas a la asismicidad de las construcciones que están encaminadas a dar rigidez y resistencia a la obra para soportar una aceleración igual a la máxima observada en los temblores. Este procedimiento produce, en general, resultados satisfactorios en los edificios de pequeñas o medianas dimensiones. En edificios muy grandes, en puentes, galpones, etc., el criterio de las disposiciones de la Ordenanza no parece ser el más científico. Nos permitimos aquí analizar las razones de esta afirmación y al mismo tiempo la manera que existiría de reglamentar la asismicidad en términos que permitan un cálculo definido y no compliquen el problema.

El fenómeno sísmico

Si nos atenemos a lo que es generalmente aceptado como origen y desarrollo del fenómeno sísmico podríamos explicarlo como sigue:

Las pequeñas contracciones que experimenta el globo terrestre, debidas a enfriamiento u otra causa, producen presiones crecientes en la corteza rocosa hasta alcanzar el límite de ruptura. Esta se produce en un punto, en una línea o en un plano (falla). El choque de la ruptura da origen en ese punto, llamado hipocentro del temblor, a oscilaciones amortiguadas que se propagan en el medio elástico. Estas oscilaciones se hacen con movimiento armónico simple debido a que la reacción del medio es proporcional a la elongación del punto que oscila (Ley de Hooke). La propagación se efectúa según ondas longitudinales (compresión y dilatación de los elementos alineados radialmente a partir del hipocentro) o según ondas trasversales (cizalle alternante de los mismos elementos). Las últimas llegan a los diversos puntos de la superficie de la Tierra con un retardo respecto de las primeras, porque su propagación es más lenta. Estos dos grupos constituyen las «ondas precursoras». Posteriormente llegan las «ondas principales» del temblor. Estas no parten del hipocentro sino del epicentro del temblor, que es el lugar de la superficie de la Tierra que queda en la misma vertical que el hipocentro. Durante el temblor el epicentro se agita con movimientos irregulares de naturaleza peligrosa aún para las construcciones mejor proyectadas. También pueden producirse aquí fallas o partiduras en la tierra.

A un punto llegan, en consecuencia: primero, las ondas precursoras longitudinales, después las ondas precursoras trasversales y finalmente las ondas principales. Los fenómenos de reflexión, refracción, etc., introducen nuevos sistemas de ondas que complican extraordinariamente el movimiento. Sin embargo, los sismógrafos permiten establecer que ese conjunto de movimientos puede reducirse, con suficiente aproximación a dos oscilaciones de movimiento armónico simple horizontales normales entre sí y una vertical. Esta última tiene amplitudes no mayores de un tercio que las ondas horizontales y su acción no ofrece generalmente peligro porque obra en el sentido de la gravedad, para la cual son siempre resistentes las construcciones.

Las ondas horizontales precursoras tienen amplitudes que rara vez exceden de algunos milímetros y su período no sobrepasa de algunos centésimos de segundo. Las ondas principales tienen amplitudes que pueden llegar a 5 cm. y ocasionalmente más, y períodos generalmente comprendidos entre 1 y 1 y medio segundos.

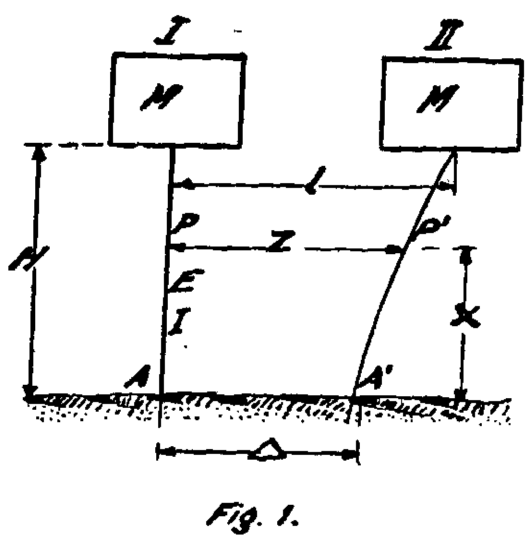

Fig. 1.

La aceleración resultante, que es la base para la clasificación de los temblores, alcanza en grandes sismos hasta 2 metros por segundo; pero es costumbre admitir solamente un metro por segundo.

De lo anterior resulta que las construcciones deben ser calculadas para resistir una oscilación horizontal del terreno de fundación, en cualquiera dirección, de amplitud máxima que puede estimarse en 5 cms. con un período comprendido entre uno y uno y medio segundos, y una aceleración máxima de un metro por segundo. En el epicentro del temblor el movimiento es desordenado y no puede preverse su efecto. Los valores indicados, que sólo son válidos para las zonas que quedan fuera del epicentro tampoco son absolutos. En efecto, la naturaleza del terreno tiene una influencia apreciable; la menor intensidad se observa para subsuelos de roca o bien de cascajo o arena muy profundos. En terrenos fangosos o desagregados se producen las oscilaciones máximas. En las localidades en que el subsuelo firme está a poca profundidad y la capa superficial es de material suelto pueden producirse ondas gravíficas u olas de tierra, cuyo efecto es devastador.

Para establecer la acción que las oscilaciones horizontales del terreno provocan en la construcción consideramos un caso sencillo: Un pilar que sostiene, en su parte superior una masa considerable. Este caso se presenta en machones de puentes, pilares de galpones, etc. Podría, en beneficio de la simplicidad de las fórmulas prescindirse de la masa del pilar y suponer que la masa sustentada se halla concentrada en la parte superior de éste. (Fig. 1).

En un instante dado t del temblor el punto A del terreno de fundación se habrá trasladado a una posición tal como A', por ejemplo, y la estructura en conjunto ocupará la posición II.

Admitiremos que todos los puntos de la estructura se mueven sincrónicamente con movimiento pendular. Un punto P cualquiera se moverá de acuerdo con la expresión $z = z_0 \, sen \, 2\pi \frac{t}{T}$ · Esta expresión sólo varía en la amplitud z_0 para los demás puntos. Llamando l los valores de z para $x = H$, la expresión del movimiento de la masa M será $l = L \, sen \, 2\pi \frac{t}{T}$, en que L es la amplitud. La reacción de inercia de M será $M \frac{d^2 l}{d t^2}$ que constituye una solicitación horizontal en el extremo superior del pilar. Esta reacción producirá momentos y esfuerzos de corte que deben ser determinados.

Sea m_x el valor del momento de flexión a una cota x. Se puede escribir la ecuación:

$$1) \qquad \frac{d^2 z}{d x^2} = \frac{m_x}{E I}$$

(Véase Estudio publicado por el señor Gustavo Lira en los «Anales del Instituto de Ingenieros de Chile», el año 1929).

o bien, derivando con respecto a x,

$$2) \qquad \frac{d^3 z}{d x^3} = \frac{T_x}{E I}$$

puesto que la derivada de m con respecto a x es el esfuerzo de corte en esa cota. Como la única solicitación sísmica del pilar es la acción horizontal $\frac{d^2 l}{d t^2}$, este será el esfuerzo de corte a cualquiera cota del pilar, luego:

$$3) \qquad E I \frac{d^3 z}{d x^3} = M \frac{d^2 l}{d t^2}$$

Para el segundo miembro se tiene:

$$4)\qquad l = L \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T}$$

$$5)\qquad \frac{dl}{dt} = \frac{2\pi}{T} L \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$6)\qquad \frac{d^2 l}{dt^2} = -\frac{4\pi^2}{T^2} L \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T}$$

o sea:

$$7)\qquad E I \frac{d^3 z}{dx^3} = -\frac{4\pi^2 M}{T^2} l$$

e integrando:

$$8)\qquad E I \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{4\pi^2 M l}{T^2} x + A$$

De la ecuación 1) se deduce que el primer miembro de la ecuación 8) vale cero para $x = H$, porque el momento aquí es evidentemente nulo. Entonces:

$$A = \frac{4\pi^2 M l}{T^2} H$$

y la ecuación 8) queda:

$$E I \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{4\pi^2 M l}{T^2} (H - x)$$

integrando otra vez se tiene:

$$9)\qquad E I \frac{dz}{dx} = -\frac{4\pi^2 M l}{T^2} (H - x)^2 \times \frac{1}{2} + B$$

Para $x = 0$; $\frac{dz}{dx} = o$ debido al encastramiento del pilar en el terreno de fundación, luego:

$$B = \frac{2\pi^2 M l}{T^2} H^2$$

de donde:

$$EI\frac{dz}{dx}=\frac{2\pi^2Ml}{T^2}(H^2-H^2+2Hx-x^2)$$

o sea:

9) $$EI\frac{dz}{dx}=\frac{2\pi^2Ml}{T^2}(2Hx-x^2)$$

Integrando de nuevo se tiene:

10) $$EIz=\frac{2\pi^2Ml}{T^2}\left(2H\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right)+C$$

Llamando Δ la elongación AA' se puede escribir, de la ecuación 10):

$$EI\Delta=C$$

de donde:

10^{I}) $$z=\frac{2\pi^2Ml\left(Hx^2-\frac{x^3}{3}\right)}{EIT^2}+\Delta$$

En la ecuación 10) se pueden introducir los valores x, H, z, l y C, quedando entonces referida al extremo superior del pilar. Se llega así a:

10^{II}) $$EIl=\frac{2\pi^2Ml}{T^2}\times\frac{2}{3}H^3+EI\Delta$$

o bien:

$$l\left(EI-\frac{4\pi^2M}{3T^2}H^3\right)=EI\Delta$$

de donde:

10^{III}) $$l=\frac{\Delta}{1-\frac{4}{3}\frac{\pi^2MH^3}{EIT^2}}$$

valor que introducido en z da:

10^{IV}) $$z=\frac{2\pi^2M\Delta}{EIT^2-\frac{4}{3}\pi^2MH^3}\left(Hx^2-\frac{x^3}{3}\right)+\Delta$$

La ecuación 10^{IV}) es, pues, la ecuación de la elástica del pilar para un desplazamiento Δ del terreno de fundación, en la hipótesis de que haya sincronismo de las diversas partes del pilar. En rigor esta condición no se verifica, sino para un pilar de rigidez infinita, o sea para $E\,I = \infty$. No obstante, en construcciones de albañilería u hormigón armado la rigidez de los pilares es suficientemente grande para que la hipótesis sea aceptable. Por otra parte, la construcciones de acero o madera, cuya elasticidad es mayor, pueden ser tratadas en forma diversa, como se verá más adelante.

La deflexión del pilar en cada punto vale:

$$11)\qquad \lambda = z - \Delta = \frac{2\pi^2 M \Delta}{E\,I\,T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3}\left(H x^2 - \frac{x^3}{3}\right)$$

Este valor es máximo para $x = H$, en cuyo caso:

$$12)\qquad \lambda = \frac{4\pi^2 M \Delta}{E\,I\,T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3} \times \frac{H^3}{3}$$

valor que debe conocerse para fijar el juego de las junturas de dilatación.

De la ecuación 11) se deduce que la máxima deflexión en cualquiera parte del pilar se produce para los mayores valores Δ. Adoptando para este valor la amplitud máxima del temblor, la ecuación 10^{IV}) será la ecuación de la elástica extrema, que produce las mayores solicitaciones en el pilar. Esto está de acuerdo con el hecho de que en esta posición la masa M está sometida a la mayor aceleración y, en consecuencia, desarrolla una mayor reacción de inercia.

Para establecer los momentos en el pilar se puede hacer dos veces la derivada de la ecuación 10), reemplazando Δ por $\Delta_{máx}$ y se tendrá:

$$13)\qquad \frac{dz}{dx} = \frac{2\pi^2 M \Delta_{máx}}{E\,I\,T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3}(2Hx - x^2)$$

$$14)\qquad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{4\pi^2 M \Delta_{máx}}{E\,I\,T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3}(H - x)$$

Como

$$E\,I\,\frac{d^2 z}{dx^2} = m_x$$

se tendrá:

$$m_x = \frac{4\pi^2 M \Delta_{máx} E\,I}{E\,I\,T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3}(H - x)$$

valor que se hace máximo para $x = 0$, o sea, en la base del pilar, como era de suponerlo. Este valor decrece linealmente hacia arriba hasta anularse en el extremo. El valor máximo del momento en la base tiene entonces la expresión:

$$15)\qquad m = \frac{4\pi^2 M \Delta_{máx} E I}{E I T^2 - \frac{4}{3}\pi^2 M H^3} \times H$$

Aquí el denominador se hace cero para $E I T^2 = \frac{4}{3}\pi^2 M H^3$, o sea:

$$16)\qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{M H^3}{3 E I}}$$

en cuyo caso el momento es infinitamente grande y el pilar se rompe. Esta condición, que corresponde a la resonancia, o sea a la igualdad entre el período propio de vibración de la obra y el período del temblor, puede alcanzarse con frecuencia en obras de hormigón armado altas como también en obras metálicas más bajas. Reviste este caso un peligro que debe ser examinado cuidadosamente. En general, no puede admitirse un proyecto en que el valor T del período de vibración de la estructura está comprendido entre uno y uno y medio segundos, esto es, en resonancia con las ondas principales. Conviene alejarse lo más posible de estas condiciones. Con este fin puede aumentarse o disminuirse la rigidez de los pilares. Un aumento de rigidez reduce el período propio de vibración de la obra y las solicitaciones disminuyen, con tendencia a hacerse iguales al valor que tendrían en caso de estar la estructura sometida a un movimiento uniformemente acelerado, de aceleración igual a la máxima de la oscilación sísmica. En efecto, al límite $E I = \infty$ se tendrá en la ecuación 15).

$$17)\qquad m = \frac{4\pi^2 M \Delta_{máx}}{T^2} (H - x)$$

que da los momentos de flexión en cualquier cota del pilar infinitamente rígido Si el terreno de fundación estuviera animado de una aceleración constante igual a la máxima del temblor se produciría en M una reacción de inercia F, cuyo momento en el pilar, a una cota x sería:

$$m = F (H - x)$$

El esfuerzo F se deduce de la aceleración máxima de M. La expresión de esta aceleración es:

$$\frac{d^2 l}{d t^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} L \operatorname{sen} 2\pi \frac{t}{T}$$

y su valor máximo será:

$$\frac{4\pi^2}{T^2} L$$

de donde:

$$m = \frac{4\pi^2 M L}{T^2} (H - x)$$

Pero en virtud de la ecuación 11) para $E I = \infty$, $l = \Delta$ y, en consecuencia, $L = \Delta_{máx}$ de modo que:

$$m = \frac{4\pi^2 M \Delta_{máx}}{T^2} (H - x)$$

Esto demuestra que los momentos de flexión, a cualquiera cota son iguales a los que da la fórmula 17).

Una disminución de rigidez respecto de la que produce resonancia es también favorable, y se recomienda especialmente en pilares de obras metálicas altas. Los períodos propios de vibración resultan así mayores que los de las ondas principales de los temblores y los momentos de flexión tienden a acercarse a los valores que resultarían de provocar un desplazamiento L del terreno de fundación igual a la amplitud máxima del temblor permaneciendo invariable la posición de M. En efecto, en la ecuación 10^{IV}) haciendo $E I = 0$ se tiene:

$$z = \frac{3\pi^2 M \Delta}{2\pi^2 M H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

o bien:

18) $$z = \frac{3\Delta}{2H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

de donde:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{3\Delta}{2H^3} (2 H x - x^2)$$

y

$$\frac{d^2 z}{d x^2} = \frac{3\Delta}{2H^3} (2H - 2x)$$

El momento de flexión en el pilar, a una cota x cualquiera, valdrá:

19) $$m = E I \frac{d^2 z}{d x^2} = \frac{3 E I \Delta}{H^3} (H - x)$$

Ahora bien, un desplazamiento Δ del terreno de fundación, si se mantiene invariable la de posición *M*, equivale a una deflexión Δ del extremo del pilar, provocada por un esfuerzo horizontal *P* y de expresión:

$$\Delta = \frac{PH^3}{3EI}$$

El momento de flexión a una cota *x* del pilar será:

$$m = P(H - x)$$

e introduciendo el valor de *P* se tendrá:

$$m = \frac{3EI\Delta}{H^3}(H - x)$$

expresión análoga a la de la ecuación 19).

Conclusiones

Las ideas anteriores permiten introducir algunas simplificaciones en el cálculo de asismicidad de las construcciones. En efecto, podría procederse de la siguiente manera: Establézcase primero el período propio de la vibración de la estructura mediante la fórmula

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Mh^3}{3EI}}$$

o la que corresponda.

Si *T* es bastante menor que el período normal de las ondas principales (1 a 1 ½ segundos) asimílese el temblor a una aceleración horizontal de intensidad igual o un poco mayor que la máxima del sismo y que puede estimarse en 1 m./seg/seg. Si *T* es bastante mayor que el período normal de las ondas principales, asimílese el temblor a un desplazamiento horizontal del extremo del pilar igual a la máxima amplitud $\Delta_{máx}$ de las ondas principales, valor que puede estimarse en 5 cms. Cuando *T* se aproxima a los valores peligrosos comprendidos entre 1 y 1½ segundos, deben establecerse los momentos de acuerdo con la fórmula 15).

Cuando *T* queda entre 1 y 1½ segundos debe modificarse la disposición de la estructura hasta que *T* quede fuera de ese intervalo.

Las construcciones de período propio de vibración mayor que el que las ondas principales, llamadas construcciones elásticas, no cumplen de ninguna manera con la hipótesis de sincronismo que sirvieron de base para las fórmulas desarrolladas. Sin embargo, las conclusiones a que esa hipótesis conduce no se alejan fundamentalmente de los hechos observados. En efecto, la situación de una construcción apoyada por intermedio de elementos flexibles en un terreno de fundación sometido a vibraciones tiene analogía con la situación de un vehículo provisto de resortes amortiguadores (un automóvil, por ejemplo) que se mueve en un camino con ondulaciones. Si el período propio de oscilación del vehículo coincide con el tiempo que demora en recorrer una ondulación completa del terreno hay resonancia, y la amplitud de los vaivenes es tal que provoca la ruptura de los resortes. Corresponde al caso de resonancia examinado. Si la velocidad del vehículo es menor, la amplitud de los vaivenes disminuye pero la elasticidad de los resortes sólo tiene por efecto aumentar la amplitud del movimiento vertical del vehículo respecto de la amplitud de las ondulaciones del camino. Finalmente si la velocidad del vehículo aumenta los resortes empiezan a hacer su verdadero papel de amortiguamiento reduciendo la amplitud de las oscilaciones verticales del vehículo con respecto a las del camino. Es el caso de las construcciones elásticas de que se habló.

La determinación del período propio de vibración de las construcciones juega, en consecuencia, un papel preponderante en los cálculos de asismicidad. Para este fin, en casos sencillos como el precedente puede establecerse analíticamente su valor. En los casos en que la estructura no tiene una forma tan sencilla, lo más recomendable es recurrir a la determinación experimental con algún procedimiento como el usado por el profesor L. S. Jacobsen de la Universidad de Stanford (UU. SS.) que aparece en la página 50 del número de Febrero de 1936 de «Ingeniería Internacional», u otro de los números que se han ideado. Un procedimiento que puede dar resultados satisfactorios consiste en disponer un péndulo pesado en una parte sólida del edificio o construcción y someterlo a oscilaciones. El período de estas oscilaciones se puede hacer variar alargando o acortando el largo del péndulo. Un sismógrafo inscriptor colocado en un punto conveniente oscilará con una amplitud mucho mayor cuando se produzca resonancia entre el péndulo y el período propio de la construcción. Como este procedimiento da el período propio de construcciones existentes solamente, se procederá por comparación cuando se trate de proyectar.

Según las disposiciones de la Ordenanza General de Construcciones todas las estructuras se calculan como si estuvieran sometidas a una aceleración horizontal de valor comprendido entre 1/20 y 1/10 del de la gravedad. Se ve entonces que la Ordenanza es aplicable a las construcciones rígidas pero no a las elásticas. En efecto estas últimas no son nunca sometidas por un temblor a la solicitación que se contempla en la Ordenanza de suerte que no se ve la razón para darle resistencia a esta solicitación. En cambio la verdadera solicitación que se produce es la derivada del desplazamiento de las fundaciones con relación al centro de gravedad de la construcción. Esta solicitación no está contemplada en la Ordenanza.

Nos permitimos, para reparar este grave error de la Ordenanza modificar sus disposiciones en la siguiente forma:

Las disposiciones vigentes de ella serían aplicables a las casas de habitación, chalets y demás construcciones de albañilería u hormigón armado que no contengan vigas horizontales de más de 15 m. de luz libre ni más de 15 m. de altura.

Para el resto de las construcciones se establecería el siguiente artículo:

«El período propio de vibración de las diversas partes de una construcción como también del conjunto de ella no debe quedar comprendido entre 1 y 1½ segundos, debiendo alejarse lo más posible de ese intervalo.

Las partes de una construcción o conjunto de ella que tengan un período propio de vibración menor que 1 segundo (piezas rígidas) se calcularán en la forma indicada para las casas de habitación, chalets, etc.

Las partes de una construcción o conjunto de ella que tengan un período propio de vibración mayor de 1½ segundos (piezas flexibles) se calcularán asimilando el temblor a un desplazamiento horizontal del terreno de fundación con relación al centro de gravedad de la pieza. La magnitud de este desplazamiento varía entre 2 y 4 cms. según la calidad del terreno

La determinación del período propio de vibración se hará analíticamente si la disposición general de la estructura lo permite. En caso contrario se estimará el período por comparación con estructuras semejantes de período conocido, en cuyo caso los límites de 1 y 1½ segundos se cambiarán por ½ y 2½ segundos. La Inspección de la obra podrá exigir el estudio experimental del período propio de vibración de la construcción que sirva de base de comparación.