

# ANALES

DEL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

Calle San Martín N.º 352 - Casilla 487 - Teléf. 88841 - Santiago - Chile

---

Año XXXI



Diciembre de 1931



N.º 12

---

Luciano Claude.

## Cálculo de la estabilidad de los tablestacados fundados en terrenos coherentes

**E**L problema de la estabilidad de un muro de sostenimiento no se presenta en la misma forma cuando se trata de obras de albañilería que resisten por gravedad, o de tablestacados que resisten por deformación elástica. En efecto, en el primer caso, el problema fundamental consiste en verificar que las fuerzas resistentes son suficientes para contrarrestar el empuje y el momento de volcamiento. En cambio, en el caso de tablestacas, es preciso, además, que el perfil elegido sea capaz de soportar los esfuerzos de flexión que van a originar en él las presiones del terreno.

Para los muros de albañilería se puede, como lo hace Résal, substituir el terreno real, coherente, por uno desprovisto de cohesión, de igual densidad y cuyo ángulo de frotamiento se fija en un valor tal que los empujes obtenidos tengan, respecto de la arista de volcamiento, momentos iguales a los empujes del terreno verdadero.

Se comprueba fácilmente que esta substitución equivale a reemplazar los empujes activos reales por otros menores ubicados más arriba, y los empujes pasivos efectivos por otros ficticios mayores ubicados más abajo. Esta alteración que, en general, se traduce en una exageración de los esfuerzos de flexión que tiene que soportar el muro, no es un inconveniente en obras de gravedad, en que todo aumento de sección aumenta al mismo tiempo la estabilidad del conjunto. En cambio, en el caso de tablestacas, esta exageración se traduce en un aumento de costo sin beneficio alguno.

Por esta razón he determinado las modificaciones que se introducen en las

soluciones publicadas en mi anterior artículo al considerar un terreno dotado de cohesión y que actúe en conformidad a la teoría de Résal. El presente estudio tiene por objeto dar a conocer estas fórmulas que, aunque más complicadas que las obtenidas en el anterior y que pasan a ser un caso particular de ellas, son perfectamente compatibles con las exigencias de una aplicación práctica.

Antes de abordar el tema voy a exponer brevemente las hipótesis y resultados de la teoría de Résal sobre tierras coherentes. La nomenclatura utilizada en este artículo tiene el mismo significado que en el anterior.

#### I.—EMPUJES EN LOS TERRENOS COHERENTES

Como base de su teoría, Résal admite la hipótesis de Coulomb según la cual el esfuerzo tangencial, por unidad de superficie, necesario para producir el deslizamiento de un terreno coherente es una función lineal de la presión normal  $P$  que se ejerce sobre el plano de ruptura, y de la cohesión  $C$ .

$$F = C + P \operatorname{tg} \varphi$$

Con esta modificación, la teoría de Résal conduce a los siguientes resultados:  
a). El empuje activo elemental a la profundidad  $d$  queda representada por

$$dP = \gamma A (d - \delta) dd$$

en que

$$\delta = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

En otras palabras, existe una capa de profundidad  $\delta$  a partir de la superficie libre en la cual el terreno no produce empujes activos; a contar de allí, los empujes son los que corresponderían al terreno considerado pero desprovisto de cohesión y después de suprimir la capa superior de profundidad  $\delta$ .

b). El empuje pasivo elemental a la profundidad  $d$  es

$$dQ = 2C \cot \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) dd + \gamma B d dd$$

Por consiguiente, la expresión de las presiones correspondientes a los empujes activos y pasivos será:

$$p = \gamma A (d - \delta); \quad q = 2C \cot \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + \gamma B d = q' + \gamma B d$$

Las experiencias realizadas por los ingenieros Jacquinet y Frontard sobre diversas muestras de tierra, han confirmado en forma muy satisfactoria la hipótesis

de Coulomb; sus resultados para una tierra de densidad 1,8 que contenía 60% de arcilla, 8% de arena sílica y 32% de sílice en polvo impalpable fueron como sigue:

El ángulo de frotamiento es prácticamente independiente del grado de humedad de la tierra (siempre que ésta no alcance a adquirir una consistencia pastosa) y de su estado de compresión; el valor observado para el ángulo de frotamiento se mantuvo entre 8° para tierra húmeda y 10° para tierra casi seca.

La fuerza de cohesión, en cambio, crece con la compresión y la sequedad de la tierra; su valor osciló entre 1,900 kg/m<sup>2</sup> y 3,900 kg/m<sup>2</sup>, parece haber alcanzado el valor de 6,000 kg/m<sup>2</sup> después de una compresión enérgica y prolongada.

Aunque estos valores corresponden solamente a un caso particular, permiten presumir que los valores de  $\phi$  de 25 a 45 grados, que se encuentran en todos los manuales para tierras arcillosas, no corresponden a la realidad. Como, por otra parte, la influencia relativa de la cohesión disminuye con la altura, se comprende que el ángulo de frotamiento del terreno sin cohesión equivalente tiene que disminuir a medida que se consideran obras más altas hasta acercarse al valor real del terreno coherente. Por consiguiente, al adoptar valores tan altos como 25° o más para obras importantes, se corre el riesgo de que el coeficiente de seguridad de la obra sea, en realidad, muy inferior al que se ha supuesto en el proyecto.

## II.—TABLESTACADOS CON ANCLAJES

Empezaré por recordar brevemente las hipótesis básicas de este estudio,

1.° El terreno primitivo se supone horizontal, lo mismo que la superficie del relleno.

2.° El relleno equivale, en cuanto a empujes, a una fuerza resultante  $Q$  situada a la altura  $b$  sobre el terreno primitivo, y a una capa de altura  $h'$  de la misma densidad que el terreno primitivo, en cuanto a cargas verticales.

3.° La deformación del tablestacado se reduce a una rotación en torno de un eje horizontal. Es claro que a esta deformación, que es la del terreno, se superpone la deformación propia del tablestacado; supondré que la influencia de ésta sobre las presiones que se originan en el terreno es despreciable respecto de aquélla.

4.° Los desplazamientos del tablestacado, correspondientes a esta rotación, representan, a cierta escala, los aumentos de las presiones que ejerce el terreno; sin embargo, las presiones resultantes no pueden bajar del valor  $p$  ni pasar del  $q$  definidos más arriba.

Para establecer las ecuaciones de equilibrio, descontaré siempre de las presiones resultantes y a ambos lados, la superficie de carga correspondiente a las presiones del empuje activo del terreno de la izquierda.

Llamaré  $p'_0$  la presión correspondiente al empuje activo que existe en el terreno de la derecha al nivel del terreno primitivo. Se tiene

$$p'_0 = \gamma A (h' - \delta)$$

Conservaré sin embargo el valor correspondiente a terrenos sin cohesión

$$p_0 = \gamma A h' = p'_0 + \gamma A \delta$$

que también aparecerá en estas fórmulas.

Para el estudio de la estabilidad de los tablestacados con anclaje voy a distinguir tres casos, según la ubicación del punto de intersección de la recta E'O' de los desplazamientos del tablestacado con la recta IB de las presiones máximas.

1er. Caso.  $\delta > t > 0$

Las rectas E'O' y BI se cortan dentro de la zona de empujes activos nulos del terreno de la izquierda; las ecuaciones de equilibrio son las siguientes:

$$q'_0 + \gamma Bt = \frac{a+t}{a+h} y$$

$$\begin{aligned} 2R - 2Q + \gamma Bht + q'_0(h+t) - 2p_0h + (h-t)y + \gamma A \delta^2 &= 0 \\ 6R(a+h) - 6Q(b+h) + \gamma Bht(2h-t) + q'_0(2h^2 + 2ht - t^2) - 3p_0h^2 + (h-t)^2y + \\ &+ \gamma A \delta^2(3h-\delta) = 0 \end{aligned}$$

La eliminación de  $R$  conduce a la ecuación

$$\left. \begin{aligned} (\gamma Ba - q'_0)t^3 + 3a(\gamma Ba - q'_0)t^2 + [6Q(a-b) + 3p_0h(2a+h) - \gamma A \delta^2(3a+\delta) \\ - 2\gamma B(3a^2h + 3ah^2 + h^3)]t + a[6Q(a-b) + 3p_0h(2a+h) - \gamma A \delta^2(3a+\delta)] \\ - 2q'_0(3a^2h + 3ah^2 + h^3) = 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

que permite obtener  $t$ ; gracias a la semejanza de los términos 1.º y 2.º por una parte y de los términos 3.º y 4.º, se facilita enormemente el cálculo.

Las demás incógnitas se obtienen por las fórmulas

$$y = (q'_0 + \gamma Bt) \frac{a+h}{a+t} \quad (2)$$

$$S = \frac{2q'_0h + \gamma B h^2}{q'_0(t+h) + \gamma Bht + y(h-t) + \gamma A(h-\delta)^2} \quad (3)$$

$$R = Q + p_0h - \frac{1}{2} [\gamma Bht + \gamma A \delta^2 + q'_0(h+t) + y(h-t)] \quad (4)$$

Dentro de las condiciones correspondientes a este caso puede suceder que

Sub-Caso.  $\delta > h > t > 0$

Un simple examen de la figura muestra que las fórmulas correspondientes a este sub-caso se derivan de las anteriores por substitución de

$$\underline{\delta} \text{ por } \underline{h} \quad \text{y} \quad \underline{p_0} \text{ por } \underline{p'_0 + \gamma A h}$$



pecto de la vertical es  $\gamma B$ , debe quebrarse a partir de la profundidad  $\delta$  para continuar hasta la intersección con  $E'O'$  con una inclinación

$$\gamma(B-A) = \gamma \varepsilon$$

Con el fin de simplificar el cálculo recorro al artificio siguiente: Prolongo la recta  $FJ$  hasta  $I'$ , y la recta  $C'E$  hasta  $D'$ , los triángulos  $JII'$  y  $EDD'$  tienen superficies iguales, pues ambos tienen la altura  $\delta$  y como base,  $\gamma A \delta$ ; por consiguiente, al substituir las líneas de presión reales  $IJFO'$  y  $D'E'C'$  por las líneas  $I'FO'$  y  $D'C'$ , no se alteran las condiciones de equilibrio. Con este cambio se obtienen las ecuaciones siguientes, en que

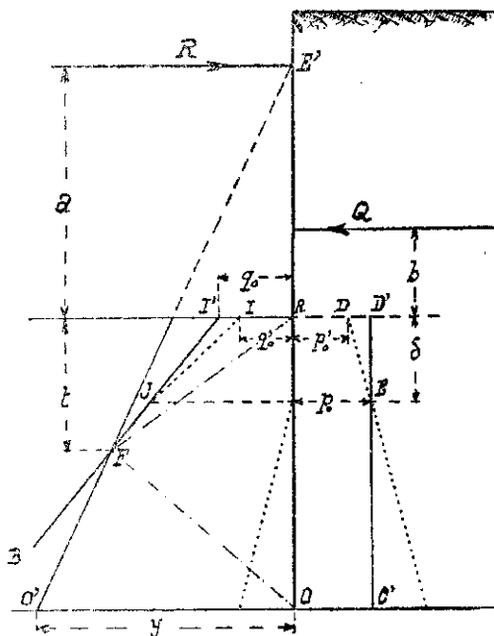


Fig. 2

$$q_0 = q_0' + \gamma A \delta$$

$$\begin{cases} 2R - 2Q + \gamma \varepsilon h t + q_0 (h+t) - 2 p_0 h + (h-t) y = 0 \\ 6R (a+h) - 6Q (b+h) + \gamma \varepsilon h t (2h-t) + q_0 (2h^2 + 2ht - t^2) - 3 p_0 h^2 + (h-t)^2 y = 0 \end{cases}$$

Eliminando a  $R$ , se llega a la relación

$$6Q(a-b) - \gamma \varepsilon h t (3a+h+t) - q_0 (t^2 + 3at + 3ah + ht + h^2) + 3p_0' h (2a+h) + y (t^2 + 3at + ht - 3ah - 2h^2) = 0 \quad (A)$$

la que, por substitución del valor

$$y = (q_o + \gamma \varepsilon t) \frac{a+h}{a+t} \tag{5}$$

conduce a la ecuación

$$\left. \begin{aligned} &(\gamma \varepsilon a - q_o) t^3 + 3 a (\gamma \varepsilon a - q_o) t^2 + [6 Q (a-b) + 3 p_o h (2 a+h) - \\ &- 2 \gamma \varepsilon h (3 a^2 + 3 a h + h^2)] t + a [6 Q (a-b) + 3 p_o h (2 a+h)] - \\ &- 2 q_o h (3 a^2 + 3 a h + h^2) = 0 \end{aligned} \right\} (6)$$

Las otras incógnitas se obtienen por medio de las fórmulas

$$S = \frac{2 q_o h + \gamma B h^2 - 2 \gamma A \delta h}{q_o (h+t) + \gamma \varepsilon h t + y (h-t) + \gamma A (h^2 - 2 \delta h)} \tag{7}$$

$$R = Q + p_o h - \frac{1}{2} [\gamma \varepsilon h t + q_o (h+t) + y (h-t)] \tag{8}$$

Quedan comprendidos en este caso dos casos particulares importantes, cuyas fórmulas se derivan de las anteriores.

*A.—Ficha mínima.— t=h.*

Si se efectúa la substitución indicada en la fórmula (A), se obtiene la ecuación

$$2 \gamma \varepsilon h^3 + 3 (\gamma \varepsilon a + q_o - p_o) h^2 + 6 (q_o - p_o) a h - 6 Q (a-b) = 0 \tag{I}$$

cuya solución representa la ficha correspondiente al límite de equilibrio del terreno de la izquierda.

La ecuación (I) es válida aun para  $\delta > h$ ; en efecto, si se hace  $t=h$  en la ec. (I) se obtiene, después de efectuadas las reducciones, una ecuación idéntica a (I), pues debe recordarse que

$$q_o - p_o = q_o' - p_o'$$

Sin embargo, puede suceder que el valor de  $h$  así obtenido resulte menor que  $\delta$ , lo que indica que la ficha mínima queda comprendida en el caso 1.º y no en el 2.º. Por consiguiente, será preciso introducir la condición  $t=h$  en la ecuación (I) lo que, después de efectuadas las reducciones, da la condición

$$2 \gamma B h^3 + 3 (\gamma B a + q_o' - p_o) h^2 + 6 a (q_o' - p_o) h + \gamma A \delta^2 (3 a + \delta) - 6 Q (a-b) = 0 \tag{I}$$

que deberá ser empleada en reemplazo de la (I) en el caso señalado.

B.—Tierras sin cohesión.—  $q_0 = \delta = 0$

Si se introducen estas condiciones en las fórmulas y ecuaciones anteriores, se obtienen

$$\gamma \varepsilon a t^3 + 3 \gamma \varepsilon a^2 t^2 + \left[ 6 Q (a-b) + 3 p_0 h (2 a+h) - 2 \gamma \varepsilon h (3 a^2 + 3 a h + h^2) \right] t + a \left[ 6 Q (a-b) + 3 p_0 h (2 a+h) \right] = 0 \quad (6')$$

$$y = \frac{a+h}{a+t} \gamma \varepsilon t \quad (5')$$

$$S = \frac{\gamma B h^2}{\gamma \varepsilon h t + y (h-t) + \gamma A h^2} \quad (7')$$

$$R = Q + p_0 h - \frac{1}{2} [\gamma \varepsilon h t + y (h-t)] \quad (8')$$

Fórmulas respectivamente idénticas en las N.º (11), (10), (13) y (12) del estudio anterior.

3.º Caso.—  $t \leq 0$

Este caso, que corresponde al en que las rectas  $E'O'$  e  $1 B$  se cortan más arriba de la superficie del terreno primitivo, se presentará muy pocas veces en el estudio de la estabilidad de una obra. En efecto, sólo puede observarse en fichas muy grandes que corresponden a coeficientes de seguridad innecesariamente grandes.

Debido a esta circunstancia es lícito suponer que, al presentarse este caso, se tendrá siempre

$$\delta < h ;$$

supondré satisfecha esta condición. Si, por circunstancias extraordinarias, no se verificase, bastaría introducir en las fórmulas siguientes las condiciones

$$\delta = h ; \quad p_0 = p_0' + \gamma A h$$

En la suposición de que se verifique la condición  $\delta < h$ , las ecuaciones de equilibrio son:

$$\begin{aligned} 2R (a+h) - 2Q (a+h) - 2p_0 h (a+h) + y h (2a+h) + \gamma A \delta^2 (a+h) &= 0 \\ 6R (a+h)^2 - 6Q (a+h) (b+h) - 3 p_0 h^2 (a+h) + y h^2 (3a+h) + \gamma A \delta^2 (3h-\delta) (a+h) &= 0 \end{aligned}$$

Eliminando a  $R$  se obtiene,

$$y = \frac{3 p_0 h (h^2 + 3 a h + 2 a^2) + [6 Q (a-b) - \gamma A \delta^2 (3 a + \delta)] (h+a)}{2 h (h^2 + 3 a h + 3 a^2)} \quad (9)$$

$$S = \frac{(2c_0' h + \gamma B h^2) (a+h)}{\gamma h (2a+h) + \gamma A (h-\delta)^2 (a+h)} \quad (10)$$

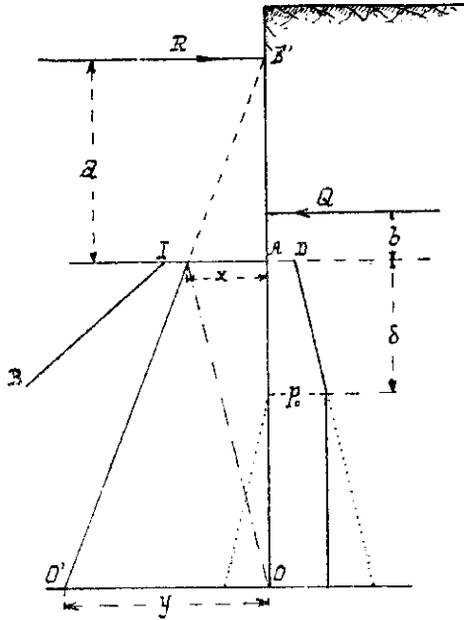


Fig. 3.

III.—TABLESTACADOS SIN ANCLAJES

En este caso, la fatiga máxima de compresión se originará en el terreno de la derecha, por lo tanto, la fatiga debida a la deformación debe sumarse al empuje activo de este terreno

Si, como anteriormente, descontamos de las presiones que actúan a ambos lados del muro, las correspondientes al empuje activo del terreno de la izquierda, la presión máxima al pie de la obra que entrará en las ecuaciones será designada por  $\gamma$ , y se tendrá:

$$\gamma = \text{presión máx. real} = \gamma + \gamma A (h-\delta) \quad (11)$$

Pero la presión que el terreno ejercía sobre el muro antes de la deformación era

$$P_0' + \gamma A h = p_0 + \gamma A (h - \delta)$$

por consiguiente, el aumento de presión correspondiente al desplazamiento  $OO'$  es la diferencia de las expresiones anteriores, o sea

$$y - p_0$$

Para simplificar la escritura, se introducen las variables

$$\left. \begin{aligned} s &= p_0 - q_0' = p_0' - q_0' + \gamma A \delta \\ y &= s' = p_0' - q_0' = s - \gamma A \delta = p_0 - q_0 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

1.er Caso. —  $\delta > t > 0$

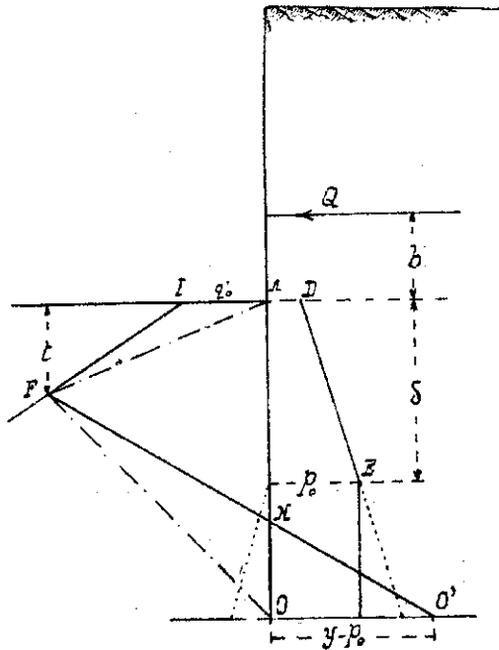


Fig. 4

En este caso, la recta  $IF$ , que representa las presiones del terreno de la izquierda, después de descontar las que corresponden a los empujes activos, tiene el coeficiente angular  $\gamma B$  respecto de la vertical y las ecuaciones de equilibrio son

$$\left. \begin{aligned} 2Q &+ s(h+t) & + y(h-t) - \gamma Bht & - \gamma A \delta^2 & = 0 \\ 6Q(h+b) & + s(2h^2 + 2ht - t^2) & + y(h-t)^2 - \gamma Bht(2h-t) & - \gamma A(3h-\delta)\delta^2 & = 0 \end{aligned} \right\}$$

y admite las soluciones

$$t = \frac{2Q(2h+3b) + sh^2 - \gamma A \delta^2 (2h - \delta)}{\gamma B h^2 + \gamma A \delta^2 - 2sh - 2Q} \quad (13)$$

$$y = \frac{\left( [s^2 + 2Q\gamma B - \gamma A \gamma B \delta^2] h^2 + [2Q(s + 3\gamma B b) - \gamma A s^2 (s - \gamma B \delta)] h + \gamma A \delta^2 (\gamma A \delta^2 - 4Q - s\delta) + 2Q(2Q - 3sb) \right)}{\gamma B h^2 - 3sh^2 - (6Q - 3\gamma A \delta^2) h - 6Qb - \gamma A \delta^3} \quad (14)$$

fórmula, esta última, que en la práctica será preferible substituir por su expresión en función de  $t$

$$y = \frac{\gamma B h t + \gamma A \delta^2 - 2Q - s(h+t)}{h-t} \quad (15)$$

$$\eta = \frac{\gamma \epsilon h t + \gamma A (h-\delta)^2 - s'(h+t) - 2Q}{h-t} \quad (16)$$

El coeficiente de seguridad es

$$S = \frac{2q_0' h + \gamma B h^2}{q_0' (t+z) + \gamma B t z + \gamma A (h-\delta)^2} \quad (17)$$

con

$$z = \frac{(y-p_0)t + q_0' h + \gamma B h t}{y-p_0 + q_0' + \gamma B t}$$

En este segundo estudio he definido el coeficiente de seguridad por la relación entre el empuje pasivo máximo que puede soportar un muro de altura  $h$  (y no  $z$ , como lo hice en el anterior) y las presiones reales que soporta el terreno de la izquierda. A pesar de que, también, es criticable, esta definición me parece preferible por cuanto, si bien es cierto que el terreno de la izquierda no puede alcanzar el estado superior de equilibrio en toda su altura sin que la fatiga del terreno de la derecha al pie de la obra alcance valores superiores al admisible, es evidente que la caída del muro se efectuará siempre por desplazamiento del terreno de la izquierda.

*Sub-caso.*  $\delta > h > t > 0$

Lo mismo que en el caso de las tablestacas con anclajes, basta efectuar la substitución

$$\delta = h$$

en las fórmulas anteriores; se obtienen así las fórmulas simplificadas.

$$t = \frac{2Q(2h+3b) + s'h^2}{\gamma \varepsilon h^2 - 2Q - 2s'h} \quad (13')$$

$$\eta = y = \frac{(s'^2 - 2Q\gamma \varepsilon) h^2 + 2Q(3\gamma \varepsilon b + s') h + 2Q(2Q - 3s'b)}{\gamma \varepsilon h^2 - 3s'h^2 - 6Q(h+b)} \quad (14')$$

$$\eta = y = \frac{\gamma \varepsilon ht - s'(h+t) - 2Q}{h-t} \quad (16')$$

$$S = \frac{2q_0'h + \gamma Bh^2}{q_0'(t+z) + \gamma Btz} \quad (17')$$

con

$$z = \frac{(y-p_0)t + q_0'h + \gamma Bht}{y-p_0 + q_0' + \gamma Bht}$$

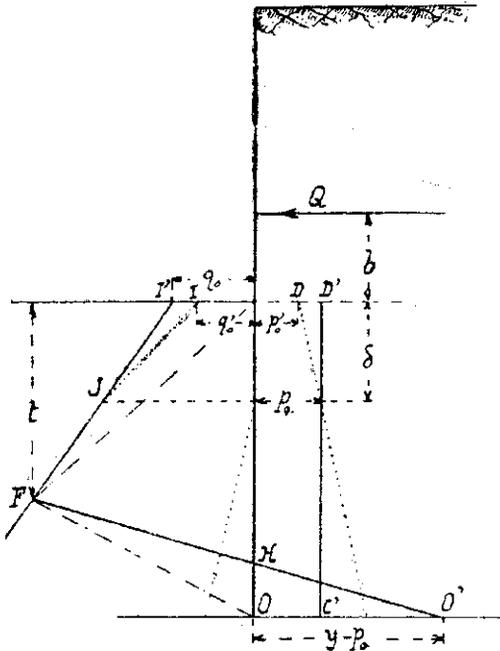
2.º Caso.  $t > \delta > 0$ 

Fig. 5.

En este caso la curva de los aumentos de presión del terreno de la izquierda es la línea quebrada I J F; en cambio la línea de los empujes activos que hay que tomar en cuenta a la derecha es la línea quebrada D E C.

Se puede reemplazar estas líneas quebradas por las rectas  $F I'$  y  $C D'$ , pues esta sustitución equivale a aumentar ambas superficies de carga en una cantidad igual, que es la superficie de los triángulos  $I J I'$  y  $E D D'$ .

Gracias a este artificio las ecuaciones de equilibrio correspondientes a este caso son:

$$\left. \begin{aligned} 2Q + s'(h+t) + y(h-t) - \gamma \epsilon ht &= 0 \\ 6Q(h+b) + s'(2h^2 + 2ht - t^2) + y(h-t)^2 - \gamma \epsilon ht(2h-t) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

y admiten las soluciones

$$t = \frac{2Q(2h+3b) + s'h^2}{\gamma \epsilon h^2 - 2Q - 2s'h} \tag{18}$$

$$y = \frac{(2Q\gamma \epsilon + s'^2)h^2 + 2Q(3\gamma \epsilon b + s')h + 2Q(2Q) - (3s'b)}{\gamma \epsilon h^3 - 3s'h^2 - 6Q(h+b)} \tag{19}$$

$$y = \frac{\gamma \epsilon ht - s'(h+t) - 2Q}{h-t} \tag{20}$$

$$\eta = y + \gamma A (h - \delta) \tag{11}$$

$$S = \frac{2q_0'h + \gamma Bh^2}{q_0(t+z) + \gamma \epsilon tz + \gamma A (h^2 - 2h\delta)} \tag{21}$$

con

$$z = \frac{(y - p_0)t + q_0h + \gamma \epsilon ht}{y - s' + \gamma \epsilon t}$$

De las fórmulas anteriores pueden deducirse los casos particulares siguientes:

*A.—Ficha mínima*

Si se hace  $t=h$  en la fórmula (18), se obtiene la condición

$$\gamma \epsilon h^3 - 3s'h^2 - 6Q(h+b) = 0 \tag{11}$$

ecuación cuya raíz da la profundidad mínima correspondiente al límite del equilibrio superior del terreno de la izquierda. Basta con observar las fórmulas (19) y (14') para verificar que esta ecuación se aplica también al caso en que  $\delta > h$ .

En cambio, puede suceder que el valor de  $h$  así encontrado resulte menor que  $\delta$ , lo que es contrario a las condiciones supuestas; en este caso hay que introducir la condición  $t=h$  en la ecuación (13) y se obtiene

$$\gamma B h^3 - 3 s h^2 - (6 Q - 3 \gamma A \delta^2) h - 6 Q b - \gamma A \delta^3 = 0 \quad (II')$$

cuya raíz da, en tal caso, la ficha mínima.

Como, en ambos casos, la ecuación encontrada tiene por primer miembro el denominador del valor de  $y$  y de  $\eta$ , se verifica que esta ficha mínima corresponde a una fatiga infinita del terreno de la derecha.

$$B.---Tierras sin cohesión.--- \delta = q_0 = q_0' = 0 ; \quad s' = p_0$$

La introducción de estas condiciones en las fórmulas del caso 2.º conduce a

$$t = \frac{2 Q (2 h + 3 b) + p_0 h^2}{\gamma \varepsilon h^2 - 2 Q - 2 p_0 h} \quad (18')$$

$$y = \frac{(2 Q \gamma \varepsilon + p_0^2) h^2 + 2 Q (3 \gamma \varepsilon b + p_0) h + 2 Q (2 Q - 3 p_0 b)}{\gamma \varepsilon h^3 - 3 p_0 h^2 - 6 Q (h + b)} \quad (19')$$

$$y = \frac{\gamma \varepsilon h t - p_0 (h + t) - 2 Q}{h - t} \quad (20')$$

$$S = \frac{\gamma B h^2}{\gamma \varepsilon t z + \gamma A h^2} \quad (21')$$

con

$$z = \frac{(y - p_0) t + \gamma \varepsilon h t}{y - p_0 + \gamma \varepsilon t}$$

Los casos 1.º y 2.º bastan para agotar las necesidades de la práctica; por esta razón, y las que se verán en seguida, no he desarrollado las fórmulas correspondientes al caso en que la presión superficial del terreno de la izquierda es inferior a  $q_0'$ .

La marcha que deberá seguirse para resolver un problema es la siguiente: Se empezará por determinar la ficha mínima por medio de las ecuaciones (II) o (II') según el caso; en seguida, se adoptará para  $h$  valores arbitrarios superiores al anterior y se formará un cuadro con los valores de  $t$ ,  $y$ ,  $z$ , y  $S$ . Si la ficha mínima es menor que  $\delta$ , todos estos valores serán obtenidos por las fórmulas del caso 1.º; en caso contrario, será preciso aplicar las fórmulas del caso 2.º hasta cierta profundidad y las del caso 1.º en seguida.

El valor límite de  $h$  que separa la zona de aplicación de ambos casos se obtiene haciendo  $t = \delta$  en cualquiera de las ecuaciones (13) o (18); se obtiene así la ecuación de 2.º grado

$$(\gamma \varepsilon \delta - s') h^2 - 2 (2 Q + s' \delta) h - 2 Q (\delta + 3 b) = 0 \quad (III)$$

cuya raíz positiva es la profundidad límite buscada.

Para todo valor de  $h$  mayor que éste son aplicables las fórmulas del caso 1.º;

ahora bien,  $t$  es una función decreciente de la profundidad y podría creerse que para un valor de  $h$  suficientemente grande  $t$  llegase a anularse.

Para obtener la profundidad correspondiente basta anular el numerador de (13), lo que da la condición

$$s h^2 + (4 Q - 2 \gamma A \delta^2) h + \gamma A \delta^3 + 6 Q b = 0$$

ecuación que, con los valores usuales que se presentarán con tierras coherentes, no admite raíces reales.

En cambio, la discusión de las fórmulas (13) y (15) deja ver la posibilidad de que el valor de  $y$ , que decrece rápidamente con la profundidad, llegue a ser menor que  $p_0$  lo que corresponde a un valor de  $z$  superior a  $h$ . Esto quiere decir que la rotación de deformación del tablestacado se efectúa en torno de un eje horizontal ubicado más abajo que el extremo inferior de la obra.

En este caso, la fórmula (13) continúa aplicable pero las (15), (16) y (17) quedan modificadas como sigue:

Se debe recordar que el aumento de presión causado en el pie de la obra es, por definición,  $y - p_0$ , cuando este aumento se ejerce sobre el terreno de la derecha; en el caso que nos ocupa, este valor se hace negativo, por lo tanto, el aumento de presión se ejercerá sobre el terreno de la izquierda y tendrá el valor  $p_0 - y$ , en que  $y$  tiene el valor (15). Por lo tanto, la presión verdadera será

$$\eta_s = p_0 - y + \gamma A (h - \delta) \tag{16''}$$

este valor carece de importancia porque será siempre muy inferior al admisible. En cambio, interesa el del coeficiente de seguridad

$$S = \frac{2 q_0' h + \gamma B h^2}{q_0'(t+h) + \gamma B t h + (p_0 - y)(h-t) + \gamma A (h-\delta)^2} \tag{17''}$$

#### IV.—APLICACIONES

Para mayor claridad, antes de resolver los ejemplos numéricos que siguen, voy a recordar el significado de las diversas cantidades que figuran como datos.

A.—Coeficiente de la componente horizontal del empuje activo. Se encuentra en las tablas de Résal.

B.—Coeficiente de la componente horizontal del empuje pasivo. Se calcula por medio de la fórmula

$$B = t g^2 \left( 45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$$

C.—Cohesión de las tierras. Su valor no se conoce bien; según Résal, puede estimarse en  $\text{kg}/\text{m}^2$ , entre una y dos veces el peso específico del terreno tomado en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

$$\delta = \frac{2C}{\gamma} \operatorname{tg} \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right); \quad q_0' = 2C \cot \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right); \quad p_0 = \gamma A h' = p_0' + \gamma A \delta$$

$$\varepsilon = B - A; \quad s = p_0 - q_0'; \quad s' = p_0' - q_0' = s - \gamma A \delta$$

### I.—TABLESTACAS CON TIRANTES

En el artículo anterior hice una aplicación en las fórmulas correspondientes a tierras sin cohesión al tablestacado de San Antonio que fué proyectado con una ficha de 4.0 m. en arcilla.

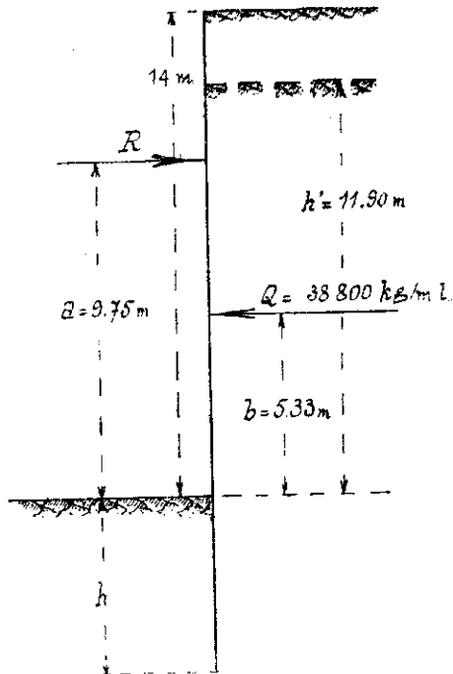


Fig. 6.

Admitiendo, como lo hice entonces, que ese terreno equivale a una tierra desprovista de cohesión con las características

$$\begin{aligned} \gamma &= 1\,800 \text{ kg/m}^3 & \varphi &= 30^\circ \\ A &= 0.270 & B &= 3.000 \end{aligned}$$

se obtuvieron los siguientes resultados:

h.	S.	Observaciones
3.75	1.00	Ficha mínima
4.00	1.08	Ficha del proy.
5.00	1.43	

Voy a estudiar, ahora, la estabilidad de esta misma obra, tomando en cuenta la cohesión del terreno; adoptaré los valores

$$\gamma = 1\,800 \text{ kg/m}^3 ; \quad \varphi = 15^\circ ; \quad C = 3\,500 \text{ kg/m}^2$$

que, según Résal, son más bien altos que bajos para arcilla. Admitiéndolos se tiene

$$B = 1.698 ; \quad \gamma B = 3\,057 \text{ kg/m}^2 ; \quad \delta = \frac{7\,000}{1\,800} \text{ t g } 52^\circ 30' = 5.07 \text{ m.}$$

$$A = 0.515 ; \quad \frac{\gamma A}{\gamma \epsilon} = \frac{927 \text{ kg/m}^2}{2\,130 \text{ kg/m}^2} ; \quad h' - \delta = 6.83 \text{ m.}$$

$$\begin{aligned} \gamma A \delta &= 927 \times 5.07 = 4\,700 \text{ kg/m}^2 ; & p_o' &= 927 \times 6.83 = 6\,330 \text{ kg/m}^2 \\ p_o &= 6\,330 + 4\,700 = 11\,030 \text{ kg/m}^2 ; & q_o' - p_o' &= -960 \text{ kg/m}^2 ; & q_o' - p_o &= -5\,660 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

Para determinar el valor de la ficha mínima se substituyen los valores anteriores en la ecuación (I), que se convierte en

$$4\,260 h^3 + 59\,424 h^2 - 56\,160 h - 1\,028\,976 = 0$$

cuya solución es

$$h = 4.05 \text{ m.}$$

El valor así encontrado es menor que  $\delta$ , por consiguiente la ecuación (I) no es aplicable y hay que recurrir a la (I') que da

$$6\,114 h^3 + 72\,438 h^2 - 331\,110 h - 211\,165 = 0$$

cuya raíz es

$$h = 3.97 \text{ m.}$$

y representa la ficha mínima.

Se ve, por lo tanto, que a pesar de haber adoptado para  $\varphi$  y C valores más bien altos, el resultado es más desfavorable que para un terreno sin cohesión con  $\varphi=30$  que se supuso «equivalente». Queda así confirmado el peligro señalado por Résal, que hay en substituir las tierras coherentes por otras «equivalentes» supuestas desprovistas de adherencia mediante el uso de un ángulo de frotamiento mayor que se encuentra en los formularios.

Además, esta diferencia desfavorable aumenta con la profundidad, como vamos a verlo estudiando la estabilidad para fichas de 5 y 6 m.

$$\text{Para } h=5 \text{ m. } \delta > h > t$$

La ecuación (1') da

$$24\ 436\ t^3 + 714\ 753\ t^2 - 9\ 687\ 272\ t + 17\ 073\ 861 = 0$$

de donde

$$t = 2.12 \text{ m.}$$

$$y = (5\ 370 + 3\ 057 \times 2.12) \frac{14.75}{11.87} = 14\ 720 \text{ kg/m}^2$$

$$S = \frac{130\ 125}{113\ 032} = 1.16$$

$$\text{Para } h=6 \text{ m. } h > \delta > t$$

La ecuación (1) da

$$24\ 436\ t^3 + 714\ 753\ t^2 - 12\ 945\ 613\ t + 19\ 417\ 343 = 0$$

$$t = 1.66 \text{ m.}$$

$$y = (5\ 370 + 3\ 057 \times 1.66) \frac{15.75}{11.41} = 14\ 400 \text{ kg/m}^2$$

$$S = \frac{174\ 492}{134\ 875} = 1.30$$

Se verifica de esta manera que el coeficiente de seguridad crece más lentamente con la profundidad que en el caso de la tierra sin cohesión equivalente; en efecto, se necesita una ficha de 5 m. para alcanzar un coeficiente comparable al

obtenido con poco más de 4 m. en el ejemplo anterior, y con una ficha de 6 m. no se alcanza la seguridad obtenida, aparentemente, con una de 5 m. al hacer los cálculos con la tierra «equivalente».

Debe advertirse además, que la reacción del terreno de la izquierda, que se traduce por presiones que se reparten de una manera muy diferente según si se toma en cuenta o no la cohesión, se traducirá por variaciones importantes en la solitación interna, por flexión, de los perfiles que constituyen el tablestacado.

## II.—TABLESTACADOS SIN TIRANTES

Para ilustrar este caso consideraré el muro de sostenimiento de la figura sucesivamente con las siguientes características del terreno:

- a).  $\gamma = 1\ 800\ \text{kg/m}^3$ ;  $\varphi = 30^\circ$ ;  $C = 0$   
 b).  $\gamma = 1\ 800\ \text{kg/m}^3$ ;  $\varphi = 14^\circ$ ;  $C = 2\ 700\ \text{kg/m}^2$

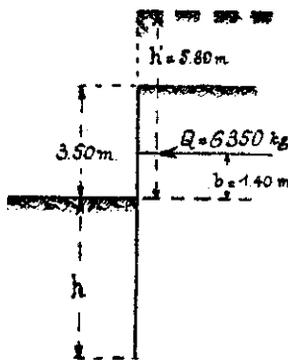


Fig. 7.

El primer caso corresponde a una tierra sin cohesión igual a la tierra «equivalente» del ejemplo anterior; el segundo, a un terreno coherente pero adoptando para  $\varphi$  y, sobre todo para  $C$ , valores más prudentes que en el cálculo precedente.

### a). Tierras sin cohesión

Se tiene

$$\gamma_B = 5\ 400\ \text{kg/m}^2; \gamma_A = 486\ \text{kg/m}^2; \gamma_{\bar{c}} = 4\ 914\ \text{kg/m}^2; p_o = 2\ 819\ \text{kg/m}^2$$

La ficha mínima queda definida por la ecuación

$$4\ 914\ h^3 - 8\ 457\ h^2 - 38\ 100\ h - 53\ 340 = 0$$

y es  $h = 4.19\ m.$

La aplicación de las fórmulas (18') a (21') a profundidades crecientes conduce a los valores que aparecen en el cuadro siguiente:

h	t	y	y adm.	z	S
4.50	3.66	53 846	53 433	3.88	1.38
5.00	3.06	20 496	55 890	3.94	1.90
5.50	2.66	12 742	58 350	4.28	2.31
6.00	2.36	9 153	60 804	4.72	2.73

b). *Terrenos con cohesión.*—Las características admitidas dan

$$\begin{aligned} \gamma_B &= 2\ 951\ \text{kg/m}^3; & \gamma_A &= 916\ \text{kg/m}^3; & \gamma_E &= 2\ 035\ \text{kg/m}^3; & \delta &= 3.84\ \text{m} \\ q_0' &= 4\ 220\ \text{kg/m}^2; & p_0' &= 1\ 795\ \text{kg/m}^2; & p_0 &= 5\ 313\ \text{kg/m}^2; & h' - \delta &= 1.96\ \text{m} \\ s' &= -2\ 425\ \text{kg/m}^2; & s &= 1\ 093\ \text{kg/m}^2 \end{aligned}$$

En este caso, como en el anterior, la ficha mínima resulta menor que  $\delta$  y debe determinarse por la ecuación (II') que da

$$2\ 951\ h^3 - 3\ 279\ h^2 + 2\ 433\ h - 105\ 204 = 0$$

$$h = 3.61\ \text{m}$$

Los valores de  $t$ ,  $y$ ,  $z$  y  $S$  correspondientes a fichas mayores aparecen en el cuadro siguiente

h	t	y	y adm.	z	S
4.00	2.96	27 062	32 994	3.35	1.45
4.50	2.37	11 638	34 011	3.73	1.87
5.00	1.98	7 416	35 029	4.48	2.12
5.50	1.67	— 66	—	5.53	2.27

Con la ficha de 5.50 m se observa el fenómeno de inversión de la fatiga de deformación en el pie de la obra, es decir, que la deformación del tablestacado se produce por rotación en torno de un eje situado más abajo del extremo inferior de la obra, como lo prueba el valor de  $z$  superior a  $h$ . Por consiguiente, el valor de  $S$ , para esa ficha, debe determinarse por medio de la fórmula (17").

En este caso, la introducción de la cohesión, a pesar de que se ha adoptado para esa fuerza un valor bajo, conduce a resultados más favorables que la tierra sin cohesión: una profundidad de 4.50 da un coeficiente de seguridad equivalente al obtenido con una ficha de 5.00 al no considerar la cohesión.

Pero esta posible economía de 0.50 m en el largo de las tablestacas no es la única que permite hacer el cálculo exacto de las reacciones del terreno. En efecto, si se estudia la sollicitación por flexión que van a tener que soportar las tablestacas se llega al siguiente resultado.

La sección correspondiente al momento máximo se determina fácilmente por la condición de nulidad del esfuerzo de corte, ya sea gráfica o algebraicamente; se puede llamar *profundidad de encastramiento* la que corresponde a esta sección.

Haciendo el cálculo en el caso  $a$  de la tierra equivalente sin cohesión, se encuentra para esta profundidad el valor 2.28 m y el momento de flexión correspondiente es

$$M_{\max} = 21\,020 \text{ kg. m.}$$

en cambio, en el caso de la tierra coherente, se obtiene para la profundidad de encastramiento 1.58 m, y para el momento máximo

$$M_{\max} = 14\,550 \text{ kg. m.}$$

lo que permite una economía considerable en la elección del perfil.

Por ejemplo, si se emplean perfiles Larssen de acero de alta resistencia, que son los cuyos momentos resistentes se adaptan mejor a los momentos encontrados, se obtiene lo siguiente:

El cálculo efectuado con el terreno sin cohesión conduce a la adopción del perfil IIIa que pesa 143 kg/m<sup>2</sup> de pared y cuyo momento resistente es de 1 400 cm<sup>3</sup>/m.l. En cambio, la sollicitación deducida del cálculo de la estabilidad en el terreno con cohesión haría adoptar el perfil IIa que pesa 114 kg/m<sup>2</sup> y tiene un momento resistente de 970 cm<sup>3</sup>/m.l.

Si suponemos que la altura efectiva del muro es de 3.50 m., el peso de las tablestacas por metro corrido de muro será:

En el primer caso

$$143 \times (3.50 - 5.00) = 1\,215.5 \text{ kg/m.l.}$$

y en el segundo

$$114 \times (3.50 - 4.50) = 912.0 \text{ kg/m.l.}$$

lo que corresponde a una economía de 25%.

Los resultados obtenidos en los empujes anteriores son tanto más concluyentes cuanto que, tanto en el caso del tablestacado con tirantes como en el sin anclajes, se habían forzado los valores de las características del terreno con cohesión en sentido contrario al que habría podido favorecer la conclusión a que se ha llegado. Quedan, por lo tanto, bien demostradas las ventajas que hay en tomar en cuenta la cohesión de las tierras en los cálculos de tablestacas; eliminación del peligro de que la estabilidad de la obra resulte inferior a la que han dado los cálculos, por una parte, y posibilidad de realizar economías importantes en la elección de los perfiles en los demás casos.

Valdivia, Julio de 1931.