

Gradas de bajada en canales

POR

FRANCISCO JAVIER DOMINGUEZ S.

Una grada es una desnivelación brusca del fondo de un canal. Las gradas pueden ser de subida o bajada, según si el fondo de aguas abajo está más alto o más bajo que el de aguas arriba. Según sean las condiciones del canal corresponderá en ambos tipos de grada una bajada o un peralte del eje hidráulico.

Los estudios sobre gradas de bajada que siguen descansan sobre los principios e hipótesis que se enuncian a continuación. El movimiento es permanente, es decir no varía en cada punto en función del tiempo. Siempre que el escurrimiento medio local se pueda concebir hecho por filetes paralelos o de curvatura moderada, es decir siempre que exista el escurrimiento uniforme o gradualmente variado, se aceptará que en la sección transversal rige la repartición hidrostática de presiones. La expresión del total de la energía por unidad de peso en una sección es la suma de Bernoulli o simplemente el Bernoulli como lo llamaremos, suma de la cota, altura de presión y altura media de velocidad $B = z + \frac{P}{\gamma} + \frac{U^2}{2g}$. En secciones que rige la ley hidrostática, referido al fondo, el Bernoulli será $B = h + \frac{U^2}{2g}$. Siendo h la profundidad. Supondremos únicamente lechos rectangulares de ancho constante. El mínimo de la energía unitaria en la hipótesis de paralelismo de filetes anotada corresponde al escurrimiento crítico, de velocidad $\sqrt{gh_c}$ igual a la celeridad de las ondas de traslación. El valor del Bernoulli mínimo es pues $B_c = \frac{3}{2} h_c$. Son ríos las corrientes cuya profundidad es mayor que la crítica y torrentes las de menor. Son pendientes fuertes las que dan torrentes en escurrimiento uniforme y suaves las que dan ríos uniformes. El resalto, propiamente tal, que es la desnivela-

ción brusca del eje hidráulico es la transformación de un torrente en río (1). Va siempre acompañado de una pérdida de carga. La fórmula del resalto deducida por la aplicación del teorema de las cantidades de movimiento es confirmada en la práctica por las experiencias de Bidone, Baumgarten, Bazin, Feriday y Gibson.

Estudiaremos primeramente la grada de bajada en el supuesto que aguas arriba y abajo la pendiente sigue indefinidamente suave, pues a este caso referiremos los demás y en este supuesto comenzaremos nuestro estudio por la grada con resalto alejado.

Como resulta de la discusión del escurrimiento variado y de las experiencias que se van a estudiar, si la profundidad de régimen no es grande relativamente a la altura de la grada y a la profundidad crítica, la energía acumulada sobre la grada se ha de gastar en un torrente que en definitiva se destruye en un resalto. Es lo que llamaba Bazin, en sus experiencias de vertederos, resalto alejado. En esas condiciones la grada se rige por aguas arriba y sobre ella se produce escurrimiento crítico: en el lecho superior la caída tiende a acelerar el movimiento hasta producir la velocidad de la onda que es la crítica sin poder llevar su efecto mas allá.

La constancia del ancho del canal excluye la posibilidad de la napa libre.

La producción del escurrimiento crítico sobre la grada resulta de la discusión general del eje hidráulico del río en movimiento gradualmente variado en pendiente suave, que escurre con profundidad menor que la de régimen (lo que a menudo se ha llamado remanso de bajada, o mas propiamente río deprimido en pendiente suave); pero como por la discusión se llega a que el eje hidráulico corta normalmente a la profundidad crítica, resultado contrapuesto con la hipótesis de partida de paralelismo de los filetes y presión hidrostática, parece que fuera ilusoria su producción real. Sin embargo, en las experiencias de Bazin con caída libre (2) se puede comprobar que el Bernoulli sobre el fondo tiende al crítico a medida que se acerca a la caída, y que en las 9 experiencias, lo mas cerca posible de la caída, pero donde la gradual variación es insospechable, el término medio de la diferencia del

(1) El resalto de bajada, transformación de un río en torrente es absurdo como se deduce de la discusión del signo de la pérdida de carga. (Boussinesq, *Eaux Courantes* págs. 132 y 133—París 1877—Salas Edwards, *Escurrecimiento variado* págs. 72 y 73).

(2) *Recherches Hydrauliques* págs. 266 y 267 y apéndice págs. 475 y 476. Series 81 y 82 en total 9 experiencias.

Bernoulli con el crítico es de 2,4% por exceso (1), resto que debe ser absorbido los frotamientos.

Esto no quiere decir que a plomo de la caída se produzca la profundidad crítica, pues en esa sección no rige la ley hidrostática. Ahí, debido a la curvatura los filetes la profundidad es menor y por consiguiente la velocidad es mayor que crítica. La cota piezométrica media es menor que la profundidad debido a la fuerza centrífuga. Boudin (2) discutiendo la caída dice (en una nota) que haciendo hipótesis, que no detalla, se deduce que la profundidad a plomo de la caída libre es $h = hc \sqrt[3]{\frac{2}{3}} = 0,88 hc$. Las experiencias de Bazin citadas, no confirman todo ese valor, dan una profundidad algo menor, en término medio $h = 0,82$. Sin embargo, como hemos dicho, las experiencias de Bazin, y las que citaren mas adelante, dan base suficiente para afirmar, que aguas arriba de la grada en sección de caída el Bernoulli es el crítico, a pesar que la curvatura de los filetes haya destruido la repartición hidrostática de presiones (3).

Si la grada de bajada o caída está precedida de una elevación de fondo, o grada de subida, siempre que entre ambas haya un espacio suficiente para que se realice el paralelismo de los filetes, como sucede en los vertederos de pared gruesa el fenómeno no tiene diferencia esencial (4). Así Bazin en barreras de 0,8 y 2 m espesor, de entrada redondeada, comprobó la producción del escurrimiento crítico al tratar de verificar el principio de gasto máximo a energía constante (5), sinó como de energía mínima a gasto dado; la hipótesis de paralelismo de los filetes

(1) A una distancia de 1,36 m en las experiencias de la serie 81 y de 1,54 de la caída en la 82. Los dos Bernoulli calculados resultan mayores que el crítico. La mayor diferencia encontrada es de 3,74 y corresponde a la experiencia 3 de la serie 82. No se vé que estas diferencias sigan ley alguna con gasto, u otra circunstancia, de modo que en parte se deben a las medidas mismas.

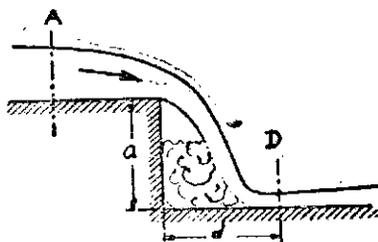
(2) L'axe hydraulique des cours d'eaux, págs. 56 y 57—Paris, 1863.

(3) Esta conclusión práctica no excluye la posibilidad teórica que el Bernoulli crítico se produzca algo aguas arriba de la caída y que a plomo de la caída siendo diversa la ley de distribución de presiones, el Bernoulli siendo un mínimo de la energía unitaria, sea menor que el crítico que supone la ley hidrostática; sin embargo prácticamente no interesa la diferencia pues sería muy pequeña. (Bernoullis menores que el crítico se observan en vertederos de pared delgada donde interviene como principio causa la curvatura de filetes). Al trazar el eje hidráulico se puede suponer el Bernoulli y profundidad crítica situadas a unas 2 veces la profundidad crítica hacia aguas arriba y suponer a plomo de la caída una profundidad 0,85 de la crítica.

(4) Si en un vertedero de pared gruesa no hay redondeo de entrada habrá contracción y ensanchamiento de reacción, con pérdida de carga consiguiente; en tal caso no se puede pretender que la carga sea el 3/2 de la profundidad crítica.

(5) El coeficiente de gasto encontrado fué en término medio 0,372 y su diferencia con el teórico 0,385 se debe según Bazin a la imposibilidad de suprimir con redondeos totalmente la pérdida de energía en la entrada.

verifica bien entre los límites 0.13 a 0.33 de la razón $\frac{h}{e}$ entre la carga del vertedero y el espesor del umbral (1).



La previsión del torrente supone el conocimiento de la pérdida de carga que se produce por los cambios de dirección, absorción de energía en el torbellino subnapa, y por el choque de la rapa contra el fondo. Llamando A esta pérdida de carga; aplicando el teorema de Bernoulli desde A, sobre la grada, donde según hemos dicho existe Bernoulli crítico, hasta la sección D, donde restablecido el paralelismo de los filetes vuelve a regir la ley hidrostática, llamando a la altura de la grada, h_0 y u_0 la profundidad y la velocidad media en la sección D, refiriéndonos al plano del fondo después de la caída, supuesto horizontal tendremos:

$$(1) \quad 1.5 h_c + a = h_0 + a \frac{u_0^2}{2g} + \frac{h_c^3}{6e}$$

En A, si se trata de una simple grada hay término de un río deprimido en pendiente suave, cuyos incrementos de altura de velocidad son siempre positivos; se

(1) Bazin afirma que el paralelismo de los filetes es difícil de realizar (Experiences nouvelles sur l'écoulement en deversoirs pág. 60) y presenta seis croquis, tres de los cuales, que a nuestro juicio demuestran bastante bien el paralelismo, caen entre los límites que fijamos. Hemos reproducido el paralelismo de los filetes, muchas veces en el laboratorio de la Universidad Católica y otras lo hemos observado en marcos de barrera y lo hemos constatado sin dificultad, como igualmente la gran curvatura del eje hidráulico cuando $\frac{h}{e} > \frac{1}{3}$ y las ondulaciones, (que señaló Bazin) cuando $\frac{h}{e} < 0.13$. Además Bélanger al idear la hipótesis del paralelismo partió evidentemente de un hecho de fácil constatación, de algo observado o puede decirse, ordinariamente visto. Por último el coeficiente de gasto encontrado por Bazin, redondeando la entrada, tan poco diferente del teórico, prueba que aunque el paralelismo de los filetes no existiera, sobre la barrera de pared gruesa se produce el Bernoulli crítico que lo supone.

Si se trata de umbrales de superficie áspera, recordando que en las cercanías de la crisis a pequeñas absorciones de energía corresponden grandes variaciones de profundidad es fácil encontrar, debido a los frotamientos ondulaciones superficiales pronunciadas.

puede aceptar el coeficiente correctivo α con valor 1 (1), en D se puede también poner $\alpha = 1$. Si en vez de grada hay una barrera, α valdrá prácticamente 1 cuando el espesor del umbral de ella sea superior a $5h_c$ (2).

Se puede expresar Λ en alturas de velocidades iniciales que resulta fácil, por ser crítica la velocidad y la altura de velocidad igual a $\frac{h_c}{2}$. Llamando λ el número que multiplicado por $\frac{hc}{2}$ da Λ , y dividiendo toda la ecuación por h_c se obtiene:

$$1.5 + \frac{a}{h_c} = \frac{h_o}{h_c} + \frac{u_o^2}{2gh_c} + \frac{\lambda}{2}$$

Adoptaremos en lo sucesivo los siguientes denominaciones:

$$\frac{a}{h_c} = K, \quad \frac{h_o}{h_c} = R$$

(1) Lo hemos supuesto tácitamente antes, pues sino la profundidad crítica valdría $h_c = \sqrt[3]{\frac{q}{\alpha g}}$ en todo caso, α sería poco diferente de 1 en remanso de bajada, y afectaría a h_c en proporción a la mitad, de su diferencia con 1, como indica la fórmula.

(2) Esta afirmación que no es gratuita necesita explicarse. Cuando sobre la barrera existe el paralelismo de los filetes y por tanto la ley hidrostática especialmente si la barrera tiene una altura mayor que 1,2 a 1,5 veces la profundidad crítica, las velocidades máximas y mínimas no difieren de la media en mas de 10 a 12%. Este es un hecho experimental que hemos constatado en partidores de barrera con 11 aforos (no todos nuestros). En esas condiciones, la razón entre las velocidades superficiales y las del fondo, que teóricamente es la unidad tiene efectivamente ese valor (en nuestros aforos en término medio es 0,993) y el coeficiente α es también prácticamente la unidad. Pero antes se ha dicho que el paralelismo de los filetes se verifica entre los límites $\frac{1}{3}$ a 0,13 de la razón $\frac{h}{e}$ entre la carga y el espesor del umbral; además (mas adelante se verá), si la entrada no es redondeada $h_c = 0,6h$, entre esos límites, como se deduce de las experiencias de Bazin. Introduciendo este valor de h_c en el límite $\frac{h}{e} = \frac{1}{3}$ se obtiene $\frac{hc}{e} = \frac{0.6}{3} = 0.20$, o sea $e = 5h_c$, que es lo que se afirma.

En relaciones $\frac{hc}{e} > 0,2$ la curvatura de los filetes destruye la repartición hidrostática de presiones sobre el umbral y el vertedero tiende al de pared delgada, en el cual la razón entre las velocidades superior e inferior es 0,5 y el coeficiente α , deducido, de la repartición de velocidades experimentales de Bazin (y teoría de Boussinesq) es $\alpha = 1,117$. Una experiencia hecha en un caso intermedio demuestra esta tendencia: así sobre una barrera en que $e = 0,80$ m, $h_c = 0,49$ $\left(\frac{h}{e} = 0,61\right)$ las velocidades siendo bastante iguales en todo el ancho, las del fondo eran como 36% superiores a las superficiales. (o sea la razón de ellas era de 0,736) y α valía 1,06. (Experiencia del canal de Gibbs en Temuco, marco de la Cía. General de Electricidad Industrial, aforo hecho por don Rafael Edwards S. el 2 de Marzo de 1922).

expresando $\frac{u_o^2}{2g}$ en función de R (puesto que $u_o = \frac{q}{h_o}$; $\frac{u_o^1}{2g} = \frac{c^2}{2gh_o^2} = \frac{hc^3}{2h_o^2} = \frac{h_c}{2R^2}$) tendremos la ecuación transformada en:

$$(2) \quad 1.5 + K = R + \frac{1}{2R^2} + \frac{\lambda}{2}$$

R, que podemos decir es la altura relativa del torrente al pie de la napa depende de λ ; siendo, como venimos considerando, el fondo de pendiente suave, es éste el punto de mayor velocidad, que puede llegar a ser peligrosa para la conservación del fondo.

La determinación analítica de λ presenta dificultades. Hemos emprendido el camino experimental. Se ha medido en 47 experiencias la pérdida de carga en el Laboratorio de la Universidad Católica, 3 experiencias se han hecho en marcos de barrera y se han aprovechado con igual objeto 10 de vertederos de viguetas de las «Experiences Nouvelles sur deversoirs» de Bazin y 2 de caídas sacadas de las Recherches Hydrauliques del mismo experimentador.

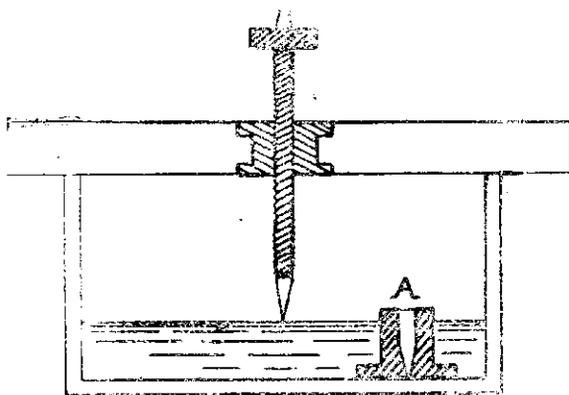
La canoa de experiencias de la Universidad Católica es de madera, de sección rectangular de 0.30 m. de ancho y de 6 m de largo; su pendiente es reglable por tornillos que la accionan inferiormente. Se presta bien a investigaciones de singularidades en canales; y siempre que los frotamientos no adquieran importancia, se comprueba que los resultados de este modelo en pequeño concuerdan con los casos de la práctica (1). La escala de longitudes entre ellos y las experiencias en grande citadas varía de $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{20}$

El gasto que por ella escurre puede llegar hasta algo mas de 20 litros por segundo. El sistema de aforos en el laboratorio es por cubicación, en un estanque circular de 1,26 m de diámetro, y en otro rectangular de 3 m², de sección. El aforo se practica accionando simultaneamente el cronómetro y la llave receptora de la canoa que obtativamente desvía el caudal a una sentina o al estanque aforador (2). La altura de agua en el estanque, (que dá el gasto) se deduce por diferencias de lecturas de una regla graduada que acompaña a un tubo de nivel, (se tiene siempre

(1) La ley de semejanza impone (dada la igualdad de la viscosidad del líquido del pequeño con su similar en grande) que sean despreciables los frotamientos interiores.

(2) El año 1920 esta llave llevaba al estanque circular, en 1921 al rectangular.

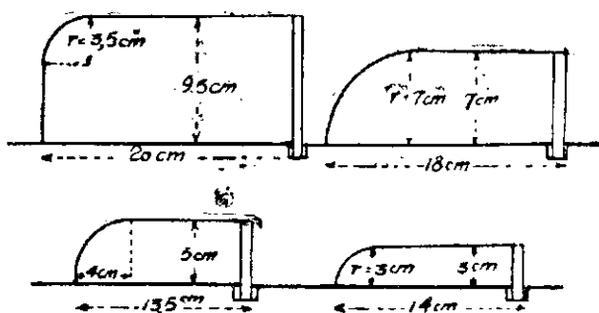
cuidado que las lecturas inicial y final correspondan a la misma manera de tomar la superficie libre en el tubo, ya sea sobre o bajo el menisco de la capilaridad). Generalmente los gastos mayores de 15 lts : s se aforan en 100 segundos y en los pequeños varía el tiempo hasta 400 segundos. Las medidas de fondo y eje hidráulico se hacen en la canoa por medio de la aguja cuyo croquis se vé adjunto, mirando por medio de un catetómetro su punta superior. La punta inferior bien afilada, que es la que puesta a flor de agua mide el eje hidráulico, ajusta perfectamente en el hueco de la pieza A que se agrega para medir fondo.



Para efectuar una experiencia se empezaba por nivelar transversalmente la canoa de modo que el fondo de la Sección transversal fuera horizontal, después se disponía la pendiente longitudinal, frecuentemente nula, se medían los diferentes puntos que interesaban para el cálculo de λ y se aforaba. Aunque no se cambiaba la pendiente del fondo, en cada experiencia se tomaba los puntos de fondo, pues la diferente carga de agua hacía variar algo (décimos de mm) las flechas de la canoa. Siendo pequeño el trozo de la canoa ocupado por una experiencia las posibles correcciones del catetómetro no tenían gran importancia (1). Con este aparato se puede aproximar al 1/10 de milímetro.

Las gradas usadas eran barreras cuyo dibujo se vé adjunto, su entrada era redondeada para evitar la pérdida de carga y poder controlar con una sección de aguas arriba la medida del Bernoulli sobre la barrera. Para producir mayores alturas de gradas que las indicadas se sobreponían estas mismas. La presentación

(1) Una experiencia abarcaba a lo sumo un espacio de 0,70 m. a una distancia de 4 metros al catetómetro. En el punto en que ella se efectuaba la visual era casi perpendicular al eje de la canoa.

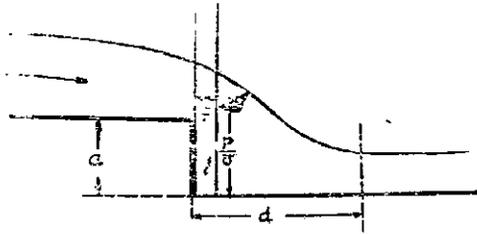


de los datos de una experiencia completa nos evitará entrar en mayores detalles. He aquí la experiencia N.º 2.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Altura en el Estanque Gasto lts/s	abscisas m	fondo m	eje hidr. m	Profundidad h m	Sección ω m ²	Velocidad media U m/s	Altura de velocidad U ² m $\frac{U^2}{2g}$	Bernoulli referido al catetómetro m	Altura de caída a m	Pérdida de carga Δ m	$\frac{d}{y}$ $\frac{P}{\gamma}$ γ
H = 0.574 m	- 0.35	0.7238	0.8866	0.1428	0.0426	0.206	0.0022	0.8888	} 0.0952	} 0.462	mapa de primis $\frac{P}{\gamma} = 0.785$ $\frac{P}{\gamma} = 0.062$ γ
en 200 segs	- 0.11	0.8211	0.8693	0.0484	0.0144	0.609	0.0189	0.8882			
Q = 8.75	- 0.00	0.8207			
	+ 0.00	0.7255			
	+ 0.15	0.7255	0.7470	0.0215	0.0064	1.366	0.0950	0.8420			
	+ 0.23	0.7248	0.7470	0.0222	0.0066	1.323	0.0892	0.8362			

En este cuadro la columna 1 es la diferencia de lecturas en el tubo de nivel del estanque aforador, (en esta experiencia el de 3,05 m² de sección) y el gasto calculado en litros por segundo. La 2 la distancia o abscisa de cada sección a la de caída que se tomó de origen. Las 3 y 4 son lecturas que se hicieron en el catetómetro de fondo y eje hidráulico de cada sección. La 5, profundidad, es la diferencia de las lecturas indicadas en la 4 y 3. La 6 da las secciones transversales, necesarias para el cálculo de la velocidad media, que aparece en la columna 7. El ancho de la coroa es de 0,298 m. La columna 8 da las alturas de velocidad; se han calculado tomando $g = 9,8 \text{ m} : \text{s}^2$, valor que tiene en Santiago la aceleración de la gravedad. La 9 es la Bernoulli, suma de las columnas 4 y 8; como lo que interesa es la diferencia de Bernoulli se ha dejado la referencia al catetómetro. La 10, signada con la letra a es la altura de grada o caída. La 11 da la pérdida de carga, y lo mismo que en la columna anterior, se indica entre cuales secciones se ha calculado. En la columna 12 se ha llamado d la distancia entre pie de la grada y la sección en que restableció el para-

leli-mo de los filetes rige nuevamente la ley hidrostática; esta distancia se midió en 36 experiencias del laboratorio de la Universidad Católica (31 de las cuales corresponden a las citadas de pérdida de carga) y se obtiene también de las 10 de vertederos de Bazin. También se anota en esta columna $\frac{P}{\gamma}$; así se indica la altura de presión al pie de la grada que se midió en 21 experiencias, introduciendo un tubo de vidrio de 1,5 cm de diámetro interior, midiendo dentro del tubo el nivel libre



(en general afectado de pequeñas oscilaciones) por medio de la aguja. Así en la experiencia 2 citada la lectura del catetómetro para $\frac{P}{\gamma}$ fué como se indica 0,7875 y como al pie de la barrera tiene cota 0,7255 se obtiene $\frac{P}{\gamma} = 0,062$ m. Además la columna 12 tiene la forma de la napa, cada experiencia fué hecha dejando que se produjera la forma definitivamente estable (1).

Con los datos del cuadro anterior y los cálculos de la profundidad crítica, del Bernoulli crítico, de las razones $\frac{a}{h_c}$, $\frac{h_0}{h_c}$, $\frac{d}{a+h_c}$, $\frac{P}{\gamma h_c}$ y $\frac{2\Lambda}{h_c} = \lambda$ completábase una experiencia. En el caso de la experiencia 2 se tiene:

Gasto por metro de ancho q $m^2 : s$	Profundidad crítica h_c m	Altura de velocidad crítica $\frac{h_c}{2}$ m	Bernoulli crítico $3/2 h_c$ m	Altura relativa de caída $K = \frac{a}{h_c}$	$\frac{d}{a+h_c} = D$	$\frac{P}{\gamma h_c}$	Coef. de pérdida de carga $\Lambda = \frac{\lambda h_c}{2}$	Profundidad relativa del torrente $R = \frac{h_0}{h_c}$
$\frac{0,00875}{0,298} = 0,02936$	$\sqrt[3]{\frac{2}{0,0294}} = 0,6444$	0,3222	0,4666	2,138	1,003	1,395	2,081	$\frac{0,0215}{0,6444} = 0,484$

(1) A veces se lograba el establecimiento estable de una napa haciendo alteraciones momentáneas aguas abajo, como por ejemplo haciendo subir el nivel de agua hasta la altura de la grada. Las diversas formas de napa no producen gran variación en λ , que se hizo algo sensible únicamente operando en una misma disposición y gasto con napa deprimida y adherente (exp. 39 y 40). Sería largo enumerar circunstancias de efectos difíciles de precisar.

Experiencia	35	36	37	38	39	40.	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	
Gasto-Q. %	585	373	2334	3608	2282	2252	447	584	522	471	2041	5122	1700	12389	1207	5020	9466	
Alt. grada-a - mts	0.93	0.129	0.129	0.05	0.16	0.16	0.030	0.030	0.030	0.03	0.1505	0.1352	0.03	0.07	0.07	0.07	0.07	
Abscisas referidas a la caída - mts	-0.18 +0.22	-0.10 +0.17	-0.10 +0.17	-0.10 +0.23	-0.10 +0.7	-0.10 +0.12	0.06 +0.12	-0.06 +0.11	-0.11 +0.25	-0.12 +0.12	-0.05 +0.11	-0.05 +0.12						
U ₀	0.4253	0.5386	0.6330	0.4473	0.5691	0.59	0.4678	0.4662	0.472	0.4719	0.4784	0.4850	0.7016					
Z	0.4193	0.4140	0.4138	0.4148	0.4153	0.4156	0.4156	0.4156	0.4156	0.4156	0.4156	0.4156	0.4156					
U ₁	0.5036	0.5714	0.5368	0.4770	0.5947	0.5950	0.4970	0.5025	0.5084	0.5115	0.4945	0.4791	0.48230					
U ₂	0.4382	0.4230	0.4208	0.4276	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198	0.4198					
U ₃	0.0783	0.0328	0.0338	0.0297	0.0256	0.0259	0.0292	0.0363	0.0363	0.0363	0.0363	0.0363	0.0363					
Profundidad h mts	0.0189	0.0090	0.0070	0.0128	0.0065	0.0063	0.0150	0.0195	0.0167	0.0160	0.0057	0.0127	0.0451					
Sección mojada Ω	0.0234	0.0098	0.0104	0.0088	0.0074	0.0077	0.0087	0.0085	0.0108	0.0187	0.0048	0.00638	0.0304					
Velocidad media Q = u mts/s	0.250	0.381	0.224	0.407	0.495	0.292	0.32	0.538	0.4795	0.236	0.26	0.997	0.466					
Alt. de velocidad media U ₂ - mts	0.0548	0.0929	0.0677	0.0464	0.0684	0.0724	0.0468	0.0510	0.0531	0.0496	0.0737	0.0930	0.0305					
Bernoulli ref. al catenómetro B. Z + h ₀ mts	0.5068	0.5788	0.5594	0.4895	0.4992	0.5994	0.5104	0.5173	0.5201	0.5145	0.4937	0.4873	0.8342					
Pérdida de carga A. B. h	0.0138	0.0153	0.0146	0.0130	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122	0.0122					
Forma de marea dep. actual				ahg	adh	dep	chg	ahg	ahg	ahg	ahg	dep	ahg					
Sistema de mareas de estudio					0.03	0.09	0.075	0.090	0.080	0.075	0.095	0.105	0.21					
Alt. de gradiente de la grada						0.038					0.0357	0.0726		0.078	0.066	0.090	0.064	

Notemos de pasada que el Bernoulli crítico se produce sobre la barrera, en efecto en la sección de abscisa 0,11 la cota del fondo es 0,8211 m en consecuencia el Bernoulli crítico referido al catetómetro sería $0,8211 + 0,0666 = 0,8877$; el calculado en esa sección es, como se vé en el primer cuadro 0,8882, que se diferencia del crítico en 0,0005 o sea en $\left(\frac{5}{666} = 0,0075\right)$ menos de 1% de $3\frac{1}{2}$ hc.

Como observación general de las experiencias del laboratorio de Hidráulica de la Universidad Católica, puede apuntarse que cuando la razón $\frac{a}{h_c}$ es muy grande (mayor de 5) se nota en el torrente del pie estrías longitudinales que aumentaban aumentando $\frac{a}{h_c}$. Este hecho dificulta la medida del eje hidráulico. Las lecturas anotadas en los cuadros que van a seguir son en general el promedio de dos lecturas del catetómetro; entre sí estas lecturas solían diferir hasta en $\frac{5}{10}$ de mm. como máximo. En valores de $\frac{a}{h_c}$ menores, el torrente es de superficie mas lisa y se llegaba entre las lecturas a lo sumo a diferencias de $\frac{2}{10}$ o $\frac{3}{10}$ de mm. En el cuadro de las páginas 363, 64 y 65 van los datos de las 51 experiencias de la Universidad Católica.

De ese cuadro las experiencias 1 a 13 y las 45, 46, 48, 49, 50 y 51 han sido hechos en Septiembre y Octubre de 1921, los demás durante 1920. En muchas de las de 1920 la primera sección que aparece en el cuadro está aguas arriba de la barrera, de modo que la pérdida de carga resulta algo exagerada, por otro lado en ellas debió tomarse en cuenta el coeficiente α que multiplica a la altura de velocidad inicial, esa omisión tiende a compensar la exageración de la pérdida de carga. En algunas (la 37 por ejemplo) hechas con dos barreras superpuestas la cresta resultaba con contrapendiente.

En marcos partidores de barrera hemos hechos algunas experiencias. Los partidores que nos han servido son los que dividen las aguas de las hijuelas de la hacienda "La Puerta" en Teno.

En el cuadro siguiente van esas experiencias tabuladas:

Experiencia	DATOS GENERALES DE LA EXPERIENCIA	Gasto Q m ³ : s	Altura de barrera a m	Distancia a la caída ms	Profundidad h m	Velocid. media U m : s	Alt. de velocid. $\frac{U^2}{2g}$ m	Bernoulli referido al fondo m	Perdida de carga m
52	Marco N.º 2 Canal Laguna-Saliente barrera de 0.30 m de espesor.....	0.109	0.21	—0.20 0.60	0.092 0.043	0.093 1.98	0.044 0.200	0.346 0.243	0.103
53	Marco N.º 3 Canal Maipo -Pasante barrera de 1 m de espesor	0.844	0.31	— 0.40 1.20	0.227 0.114	1.534 2.94	0.120 0.436	0.657 0.550	0.107
54	Marco N.º 3 Canal Maquis—Sección trapecial—Saliente	0.342	0.31	— 0.40 0.90	0.227 0.125	1.67 2.82	0.142 0.406	0.679 0.531	0.148

Los datos del eje hidráulico en estas experiencias fueron obtenidos por nivelación y los aforos son de molinete de contacto eléctrico tipo Ott, con hélice de 5 cm de diámetro y se tomaron más o menos 60 puntos por metro cuadrado de sección. Las tres experiencias fueron hechas en Marzo (20-25) de 1920. En la experiencia 54 la pérdida de carga resulta exagerada pues hay un codo en la sección en que los filetes vuelven a hacerse paralelos.

Por último hemos completado esas experiencias en marcos de barrera con otros aforos y levantamiento del eje hidráulico. Poseemos 5 aforos nuestros prolijos, (1) con la respectiva profundidad en la punta partidora a 0,40 m de la caída, que con tres aforos del ingeniero que proyectó y construyó estos marcos (2), hechos en esa misma sección son un conjunto concordante de 7 aforos referidos a una misma sección sobre la barrera. Como todas las barreras son de 1 m de espesor y las alturas de ellas en todos los marcos son muy parecidas (varían de 0,3 a 0,5), pues están más o menos en el mismo estado de embancamiento, se ha construido una curva del gasto por unidad de ancho en función de la profundidad a 0,40 m de la caída, con cuya ayuda, una simple medida de la profundidad en ese punto da el gasto por unidad de ancho. Es verdad que esto supone uniformidad perfecta en la repartición transversal del gasto, en realidad junto a las orillas hay disminuciones, pero como las salientes eran relativamente grandes hay poco error al computar el gasto de los derivados.

En Febrero y Marzo del presente año hemos hecho en algunos de esos parti-

(1) El menos prolijo es de 40 puntos por m². de sección.

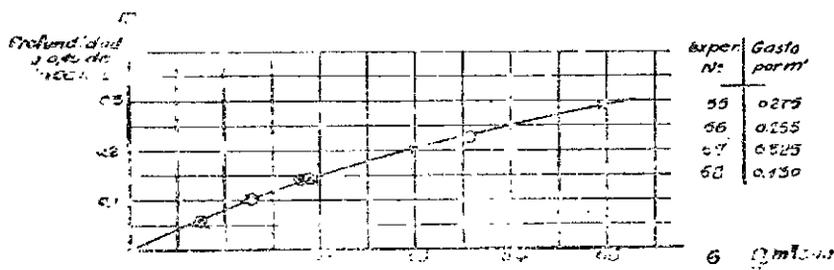
(2) Don Julio Zegers Baeza.

dores experiencias que consistían en medidas de profundidad sobre la barrera a 0,40 m de la caída y en el torrente del pie, completándolas con la medida de la distancia que hemos llamado d en que los filetes se enderezan.

El conjunto de esos datos va a continuación:

Experiencias	DATOS GENERALES	Altura de caída m	Profund. sobre barrera a 0.40 m de la caída	Forma de la napa	Profundidad aguas abajo, caída donde los filetes son paralelos m	distancia d m	OBSERVACIONES
55	Maquis-Marco II Pasante	0.44	0.19	ahg	0.105	0.60	la superf. del torrente presenta estrias longitudinales - 28 Feb.
56	Maquis-M. IV-pas.	0.43	0.16	adh.	variaba de 0.065-0.085	0.37	Id. id. grandes estrias
57	Maquis-M.-Saliente	0.44	0.215	dep.	var. 0.10 a 0.12	0.65	menos estriado el torrente
58	Graneros-M. II -Pas.	0.40	0.105	ahg.	0.05		el resalto cubría y descubría periódicamente el pie de la napa, retirándose hasta 1 m de su pie. La profundidad posterior al resalto era de 0.230 m.

A continuación puede verse el gráfico del gasto por unidad de ancho en función de la profundidad a 0,40 m de la caída, que sirve para calcular el gasto unitario de estas experiencias



Para concluir esta enumeración de experiencias nos resta referirnos a las que hemos obtenido de los vertederos y caídas que experimentó Bazin. Las primeras son sacadas del 5.º artículo de sus "Experiences nouvelles," del cuadro de las páginas 60 y 61 y del apéndice de dicho artículo ("forma de la napa") cuadro de las páginas 80 y 81. Se han tomado 6 del vertedero de 0,750 m. de altura y 4 del de 0,353 m. El espesor del umbral en ambos casos es de 0,20 m.

GRADAS DE BAJADA EN CANALES

Experiencia	Carga del Vertic. H m	Gasto por m. de ancho q m ³ : 3	Allura de barrera a m	DATOS DE LA SECCION DE AGUAS ARRIBA				DATOS DE LA SECCION DE AGUAS ABAJO					Pérdida de carga A m	d m	
				profund. H+a m	Veloc. $\frac{q}{H+a} = V_0$ m : s	All. de Veloc. $\frac{V_0^2}{2g}$ m	Suma de Bern. Bo $H+a+\frac{V_0^2}{2g}$	Abscisa x m	Orden. y m	profund. h. a-y m	Veloc. $\frac{q}{a-y} = V$ m : s	Altura de veloc. $\frac{V^2}{2g}$ m			Bernulli B. m
59	0.118	0.061	0.750	0.868	0.070	0.000	0.868	0.650	0.7203	0.0297	2.05	0.208	0.238	0.630	0.45
60	0.168	0.11		0.918	0.120	0.00	0.920	0.800	0.7045	0.0455	2.416	0.297	0.343	0.577	0.60
61	0.214	0.16		0.964	0.175	0.004	0.968	0.800	0.6896	0.0604	2.798	0.399	0.459	0.509	0.60
62	0.285	0.310		1.045	0.337	0.04	1.059	0.900	0.6558	0.0942	3.292	0.552	0.646	0.41	0.70
63	0.33	0.392		1.085	0.361	0.016	1.101	1.000	0.6364	0.1136	3.450	0.606	0.720	0.381	0.80
64	0.375	0.480		1.125	0.427	0.022	1.147	1.000	0.6212	0.1288	3.724	0.707	0.836	0.311	0.80
65	0.117	0.061	0.353	0.470	0.130	0.001	0.471	0.650	0.3229	0.0301	2.026	0.209	0.239	0.232	0.45
66	0.210	0.169		0.563	0.300	0.007	0.570	0.650	0.2914	0.0616	2.743	0.384	0.446	0.124	0.45
67	0.292	0.310		0.645	0.481	0.08	0.663	0.850	0.244	0.109	2.843	0.412	0.521	0.142	0.65
68	0.37	0.48		0.725	0.662	0.035	0.760	1.000	0.1891	0.164	2.828	0.437	0.601	0.159	0.80

No se puede pretender que sobre estos vertederos se verifique el escurrimiento crítico, pero teniendo en vista que en los 10 casos que presentamos el Bernoulli de aguas arriba (1) no difiere de la suma de la altura de barrera y $3\frac{1}{2}hc$ en mas de 2,5% se pensó que la pérdida de carga no se alteraría, sensiblemente, lo que efectivamente se comprueba. No detallamos mucho los datos que se aclaran con una inspección de las referencias citadas. En el cuadro de la página 369 van las experiencias.

Las alturas representativas de velocidad antes del vertedero han sido calculadas suponiendo $\alpha=2,33$ en el de 0,75 m de altura y $\alpha=1,56$ en el de 0,353 m; estos son los valores medios de los coeficientes que da Bazin.

En las "Recherches Hydrauliques" del mismo autor (planchas XXV y XXVI) se pueden estudiar dos experiencias sobre el asunto que nos ocupa (2). Son las experiencias N.º 2 de la serie 81 y N.º 6 serie 82.

A continuación van los datos de ellos:

EXPERIENCIAS	Referencias de Bazin	Gasto Q m ³ : s	Altura de grade a m	SECCION DE AGUAS ARRIBA						SECCION DE AGUAS ABAJO					Pérdida de carga A m
				Profundidad h m	Seccion Q m ²	Velocidad U m : s	Altura de veloc. U ² 2g m	Bernoulli Bo m	Bernoulli de a. arriba referido al fondo Bo+a	h m	Q m ²	U m : s	U ² 2g m	h1 m	
69	Exp 2-Serie 81	0.824	0.152	0.284	0.556	1.482	0.112	0.396	0.546	0.161	0.327	2.52	0.324	0.488	0.060
70	Exp-6-Serie 82	1.030	0.210	0.308	0.615	1.68	0.141	0.452	0.662	0.181	0.360	2.86	0.417	0.598	0.064

Con los datos de este conjunto de 70 experiencias se han hecho los cálculos que aparecen en el cuadro de la página 378.

A mas de las observaciones ya hechas sobre las experiencias del laboratorio de la Universidad Católica, al conjunto de este cuadro habría que agregar que la 54 seguramente exagera la pérdida de carga pues un codo conjunto al torrente del pie de la napa introduce perturbación (3). En las experiencias 55 a 58, de marcos de barrera y aforo indirecto, para computar h_0 , profundidad del torrente al pie de la napa, se tomó el término medio de las profundidades observadas en cada caso.

(1) Referido al fondo, que es el que interesa.

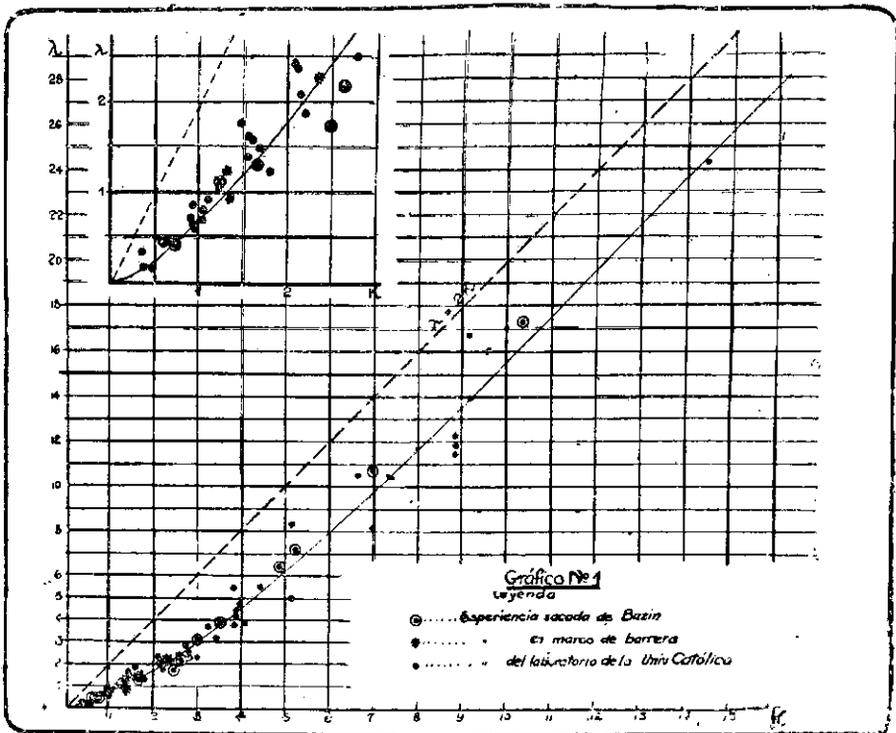
(2) En el texto y apéndice no da los datos del eje hidráulico después de la grade pero los dibujos están acotados.

(3) El deseo de no extendernos demasiado en las experiencias mismas nos obliga a no entrar en detalles de los marcos de barrera experimentados. Puede verse el plano de uno de los citados en el estudio experimental del escurrimiento crítico. Tesis Universidad Católica 1917, lámina VIII, que es precisamente en cuyo saliente se hizo la experiencia 54.

La 65, de vertederos de Bazin da una razón $\frac{d}{h_c+a}$ muy disconforme con el conjunto de las otras experiencias.

Antes de ver los resultados de este cuadro notemos de paso la comprobación de la existencia del escurrimiento crítico sobre la grada. En las 31 experiencias de la Universidad Católica, en que se tomó sección sobre la barrera, el término medio de la diferencia entre el Berroulli encostrado y el crítico es de 1,3% de $3\frac{1}{2}h_c$ y llega a lo sumo hasta 4% (1). En las experiencias directas en marcos de barrera (52-53 y 54) la diferencia llega a lo más a 2,5% y es en término medio de 1,55%. En las dos caídas de Bazin (exp. 69 y 70) se encontró respectivamente una diferencia que es 0,76% y 0,66% de $3\frac{1}{2}h_c$.

En el fenómeno que nos ocupa son escurrimientos mecánicamente semejantes aquellos en que la razón entre la altura de la grada y la profundidad crítica es constante, por lo tanto el número λ es función de la altura relativa de grada $K = \frac{a}{h_c}$



(1) Experiencia 37 cuya "barrera" de umbral en contrapendiente hace dudosa la ubicación de la crisis.

igualmente al número D, distancia relativa, el número N, presión relativa al pie de la grada y el espesor relativo del torrente R.

Llevando en abscisas la variable, el número K, y en ordenadas el número λ , se ha formado con el conjunto de experiencias el gráfico número 1. Una simple mirada a él indica que existe una verdadera función $\lambda = f(K)$. Si se atiende a la dificultad de experimentación de este fenómeno, en que la medida de la profundidad del torrente deja a veces incertidumbre a pesar de toda la atención y hábito adquirido en ello, (siendo que pequeños errores de esta medida desfigura por completo el resultado), se puede, sin temor de ser optimista, clasificar de claro el resultado de la experimentación de λ .

Los extremos y líneas generales de tal función eran a priori fáciles de prever. En efecto, cuando K, valga cero ($\frac{a}{h_c} = 0$) no habrá grada y por lo tanto no habrá pérdida de carga singular; λ deberá ser cero. Análogamente si $K = \infty$, que habiendo escurrimiento significa altura infinita de grada, λ debe ser también ∞ . El mayor valor posible de la pérdida de carga Λ es a , altura de grada, que se presentaría si el torrente que sigue fuera de Bernoulli mínimo; a ese Λ correspondería un valor de $\lambda = 2 \frac{a}{h_c}$ por lo tanto, la función debe estar íntegramente bajo la recta de ecuación $\lambda = 2K$, que aparece trazada de segmentos en el gráfico. El resultado experimental indica además que la razón $\frac{\lambda}{2K}$ tiende a 1 cuando K. crece, por lo tanto la función $\lambda = f(K)$ debe tener como asíntota la recta $\lambda = 2K$; hecho concordante con el extremo ya visto $K = \infty$, $\lambda = \infty$. Las experiencias presentadas llegan hasta el valor $K = 14,45$;

Aparece dibujada en el gráfico la curva de interpolación. Se podría encontrar que deja mas experiencias sobre si, que bajo ella, sin embargo hay que tener presente que un buen número de las de la Universidad Católica, como se observó, dan un λ excesivo; además, es en general mas fácil, al tomar el eje hidráulico del torrente, apreciar la profundidad mayor que no menor de lo que ella es en realidad (1).

(1) En las experiencias de la Universidad Católica por ejemplo, cuando era estriada la superficie libre del torrente, (en especial en las primeras experiencias que se hicieron; muchas de ellas hubieron de ser finalmente desechadas), por las salpicaduras que de continuo recibía la aguja medidora, era fácil equivocarse y el operador tendía siempre a subir la aguja mas de lo necesario. A veces dió buen resultado (superficie poco estriadas) tomar el término medio de las lecturas que se obtenían con la aguja sin mojarse nunca y con la aguja sin descubrirse un momento.

En el siguiente cuadro aparecen los valores de λ deducidos de la curva.

K	λ	K	λ
0,0	0,000	2,0	1,79
0,1	0,024	2,5	2,43
0,2	0,087	3,0	3,15
0,3	0,147	3,5	3,83
0,4	0,212	4,0	4,48
0,5	0,283	5,0	6,20
0,6	0,365	6,0	7,93
0,7	0,44	7,0	9,72
0,8	0,52	8,0	11,60
0,9	0,61	9,0	13,52
1,0	0,71	10,0	15,50
1,25	0,96	12,0	19,22
1,50	1,21	15,0	25,70
1,75	1,52

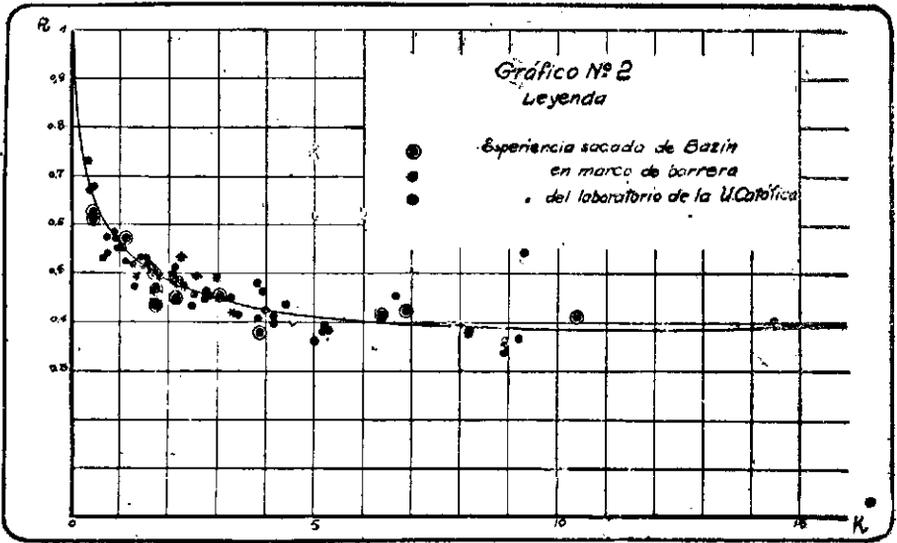
El conocimiento de la pérdida de carga es útil, como se ha dicho para prever el torrente, cuya altura relativa $R = \frac{h_0}{h_c}$, al pie de la napa, resulta inmediatamente de la introducción del valor de λ y K, respectivo en la ecuación ya conocida, que repetimos aquí:

$$1.5 + K = R + \frac{1}{2R^2} + \frac{\lambda}{2}$$

Ecuación de 3er. grado, que ordenada resulta

$$R^3 - \left(K + 1.5 + \frac{\lambda}{2} \right) R^2 + 1 = 0$$

En el gráfico N.º 2 aparece dibujada esa función, acompañada de los valores

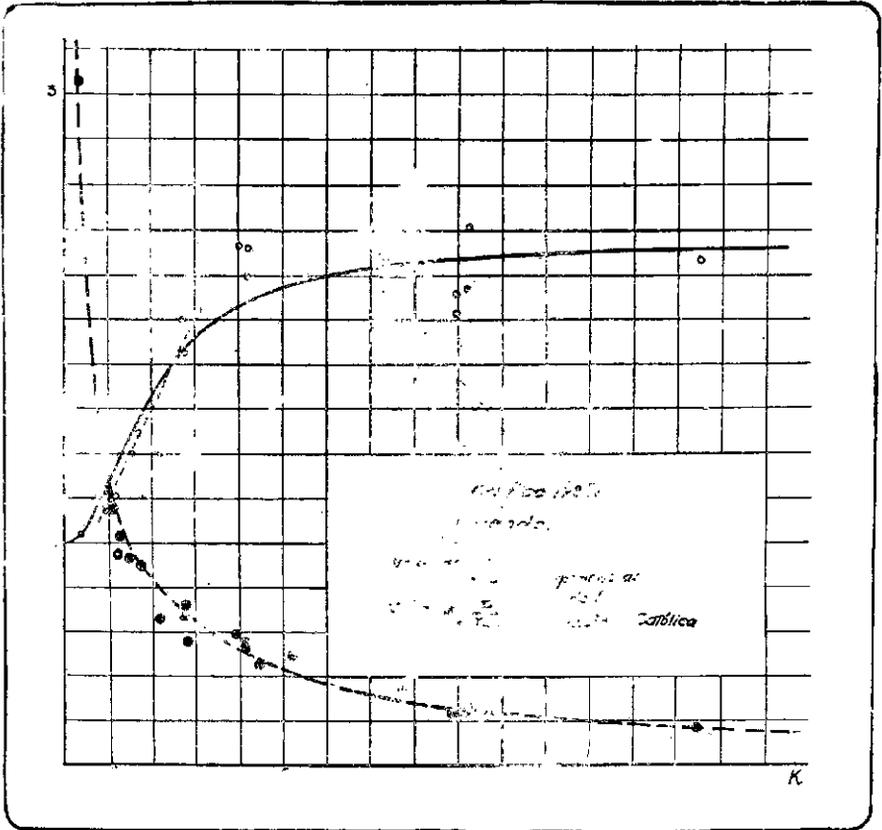


experimentales de R que constan del cuadro general de experiencias. A continuación va un cuadro que da los valores:

K	R	K	R
0,0	1,00	2,00	0,486
0,1	0,794	2,50	0,466
0,2	0,740	3,00	0,452
0,3	0,696	3,50	0,435
0,4	0,663	4,00	0,420
0,5	0,641	5,00	0,408
0,6	0,621	6,00	0,400
0,7	0,602	7,00	0,393
0,8	0,586	8,00	0,390
0,9	0,573	9,00	0,387
1,0	0,560	10,00	0,386
1,25	0,536	12,00	0,378
1,50	0,515	15,00	0,378
1,75	0,501

Las medidas de presión en el torbellino sub-napa han sido referidas a la pro-

fundidad crítica, como se ve en el cuadro general de experiencias. Con los valores



$\frac{P}{\gamma h_c} = N = f(K)$ se ha construido el gráfico N.º 3. El objeto que se perseguía con este estudio fue ver si se hallaba una relación sencilla entre N y λ ; presentamos esta función como una idea que se podría estudiar con éxito. También aparece en el gráfico N.º 3 la función $\frac{P}{\gamma a} = f(K) = M$, relacionada con la anterior, pues del valor $K = \frac{a}{h_c}$ resulta $M = \frac{N}{K}$ (1). En el gráfico aparecen dibujados los valores expe-

(1) Las curvas experimentales obedecen a las siguientes ecuaciones empíricas:

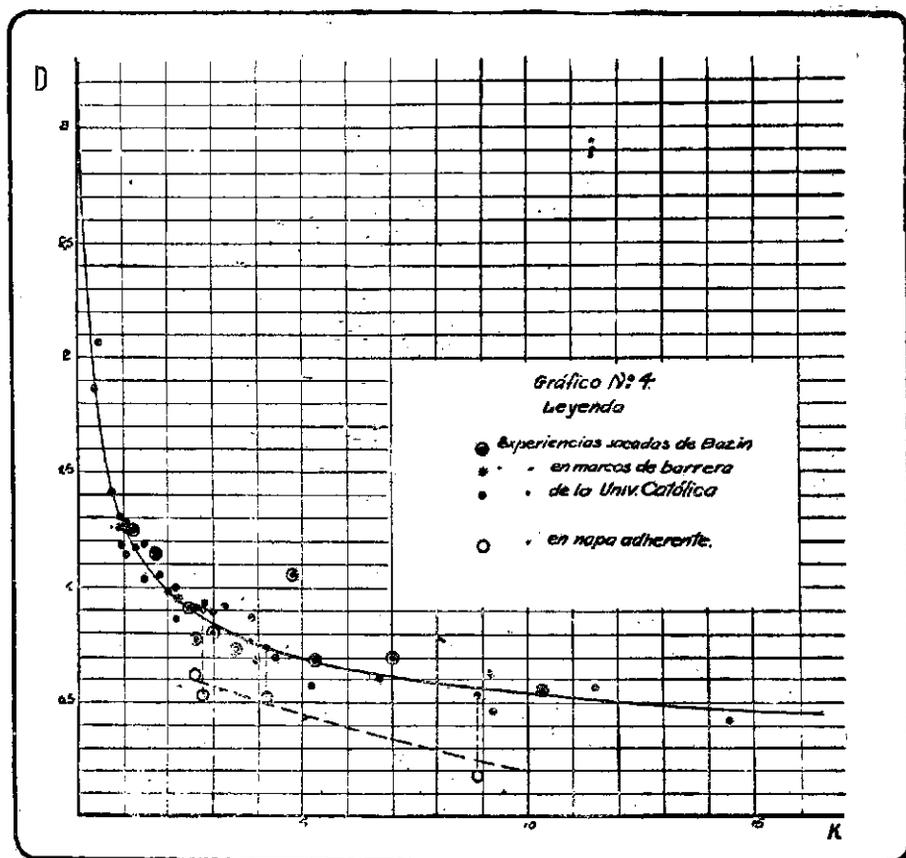
$$N = 1 + \frac{4K^2}{3(K^2 + 4)}$$

$$M = \frac{1}{K} + \frac{4K}{3(K^2 + 4)}$$

rimentales con la curva que los interpreta; la curva N revela una aproximación muy grosera del resultado experimental, no tanto así la M.

En el cuadro general de experiencias aparecen los cálculos de la razón $\frac{d}{a+h_c}$ que hemos llamado D y en el gráfico N.º 4, llevando en ordenadas los números D y en abscisas la variable K, se ha trazado la curva que interpreta las experiencias (1).

La medida de la distancia d entre el pie de la grada y la sección en que los filetes vuelven a ser paralelos es a veces incierta y las experiencias pueden tener errores hasta de 10%; teniendo esto presente, la función que interpreta las experiencias es satisfactoria. El conocimiento de esta distancia tiene interés para la ubicación de la sección de mayor velocidad en las pendientes suaves y en general para el trazado del eje hidráulico.



Aparecen en el gráfico N.º 4 las cuatro experiencias con napa adherente que no

(1) La función experimental dibujada tiene por ecuación:

$$D = \frac{1,28}{K^{0,385}}$$

siguen la función general; en ese caso D tiene un valor menor. A falta de mas experiencias se podría aceptar en las napas adherentes, (que parecen posibles únicamente en valores de $K > 2,5$), los siguientes valores de D , e interpolarse linealmente entre ellos:

$$K = 2,5 \text{ — } 10,0$$

$$D = 0,60 \text{ — } 0,20$$

La producción de la napa adherente en las gradas exige como en los vertederos de pared gruesa o gasto muy pequeño o bien redondeo de la arista de la caída. A veces basta con un desgaste.

Existen entre $\frac{d}{h_c}$, $\frac{d}{a}$ y D relaciones sencillas puesto que $D = \frac{d}{a + c}$. Esas relaciones son

$$\frac{d}{h_c} = D(1 + K) \qquad \frac{d}{a} = D \left(1 + \frac{1}{K} \right)$$

Los valores que D , $\frac{d}{h_c}$ y $\frac{d}{a}$ que facilitan los cálculos aparecen tabulados en el siguiente cuadro:

K	D	$\frac{d}{h_c}$	$\frac{d}{a}$	K	D	$\frac{d}{h_c}$	$\frac{d}{a}$
0.00	∞	0	∞	2.00	0.98	2.92	1.46
0.1	3.104	4.42	44.14	2.50	0.893	3.13	1.25
0.2	2.376	2.85	14.25	3.00	0.838	3.35	1.12
0.3	2.032	2.64	8.80	3.50	0.790	3.56	1.015
0.4	1.820	2.60	6.49	4.00	0.751	3.76	0.939
0.5	1.671	2.51	5.01	5.00	0.689	4.13	0.827
0.6	1.558	2.49	4.15	6.00	0.642	4.49	0.748
0.7	1.469	2.501	3.57	7.00	0.605	5.84	0.691
0.8	1.395	2.51	3.14	8.00	0.575	5.17	0.646
0.9	1.333	2.53	2.82	9.00	0.549	5.49	0.610
1.0	1.28	2.56	2.56	10.00	0.526	5.79	0.879
1.25	1.174	2.64	2.11	12.00	0.509	6.62	0.551
1.50	1.093	2.73	1.82	15.00	0.451	7.26	0.482
1.75	1.032	2.84	1.62

(Continuará.)

Experiencia	Profund crítica h_c mts	altura re- lativa de grada $K = \frac{a}{h_c}$	facto- de perdida de carga $\lambda = \frac{2L}{h_c}$	D $= \frac{d}{a+h_c}$	R $= \frac{h_c}{h_c}$	N $= \frac{P}{8h_c}$	Experiencia	Profund crítica h_c mts	altura re- lativa de grada $K = \frac{a}{h_c}$	factor de perdida de carga $\lambda = \frac{2L}{h_c}$	D $= \frac{d}{a+h_c}$	R $= \frac{h_c}{h_c}$	N $= \frac{P}{8h_c}$
1	0,0578	1,80	1,23	1,05	0,491	1,21	36	0,0251	5,13	4,99	—	0,359	—
2	0,0444	2,14	2,08	1,00	0,484	1,395	37	0,0184	7,00	8,1	—	0,380	—
3	0,0338	2,81	2,22	0,93	0,456	1,54	38	0,0245	1,225	1,015	—	0,523	—
4	0,0810	0,37	0,17	—	0,671	—	39	0,0180	8,89	12,35	0,168	0,360	—
5	0,0104	14,45	24,38	0,41	0,40	2,27	40	0,0180	8,89	11,90	0,530	0,350	—
6	0,0163	9,20	13,91	0,45	0,368	2,41	41	0,0284	1,095	0,94	1,285	0,360	—
7	0,0240	5,18	8,35	0,57	0,397	2,50	42	0,0339	0,885	0,73	1,410	0,57	—
8	0,0744	0,93	0,67	1,18	0,573	1,14	43	0,0315	0,915	0,64	1,300	0,530	2,11
9	0,0672	1,04	0,81	1,14	0,562	1,19	44	0,0294	1,020	0,73	1,265	0,544	—
10	0,0415	1,67	1,55	1,08	0,512	1,49	45	0,0169	8,92	11,50	0,568	0,338	2,02
11	0,0441	2,77	2,50	0,90-0,54	0,442	1,85-1,995	46	0,0311	3,95	4,14	0,681	0,395	2,33
12	0,0296	4,12	3,80	0,73-0,51	0,410	2,19-2,32	47	0,0666	0,45	0,166	2,075	0,678	—
13	0,0861	0,34	0,36	1,86	0,734	1,04	48	0,056	1,25	—	—	—	1,30
14	0,0321	3,40	3,14	—	0,417	—	49	0,055	1,27	—	1,17	—	1,15
15	0,0334	2,10	2,38	—	0,512	—	50	0,0777	0,915	—	1,25	—	1,55
16	0,0334	3,86	3,79	0,86	0,401	—	51	0,0469	1,49	—	1,03	—	1,395
17	0,0310	3,23	3,86	0,915	0,449	—	52	0,0904	2,32	2,28	—	0,476	—
18	0,0172	9,19	16,65	0,63	0,547	2,15	53	0,231	1,34	0,926	—	0,494	—
19	0,0174	6,70	10,55	0,60	0,453	—	54	0,24	1,29	1,233	—	0,520	—
20	0,0339	3,84	5,44	0,76	0,481	—	55	0,196	2,245	—	0,94	0,53	—
21	0,0175	4,00	4,70	—	0,423	—	56	0,168	2,565	—	0,619	0,49	—
22	0,0337	2,075	2,41	0,87	0,487	—	57	0,221	1,99	—	0,984	0,498	—
23	0,0272	2,57	2,50	—	0,456	—	58	0,120	3,34	—	—	0,416	—
24	0,0229	3,93	4,56	—	0,467	—	59	0,0724	10,36	17,35	0,547	0,41	—
25	0,0326	2,76	2,79	—	0,457	—	60	0,1073	6,99	10,75	0,698	0,424	—
26	0,0326	1,53	1,63	—	0,515	—	61	0,1425	5,26	7,14	0,684	0,424	—
27	0,0190	1,58	1,61	—	0,520	—	62	0,2140	3,50	3,86	0,725	0,376	—
28	0,0309	4,41	5,59	0,69	0,434	1,99	63	0,2502	3,00	3,09	0,799	0,453	—
29	0,0341	1,47	1,77	1,19	0,534	—	64	0,2864	2,62	2,17	0,770	0,450	—
30	0,028	2,50	2,21	—	0,432	—	65	0,0724	4,875	6,39	1,058	0,416	—
31	0,0330	2,99	3,36	0,885	0,495	—	66	0,1425	2,48	1,74	0,908	0,432	—
32	0,0342	1,55	1,40	—	0,529	—	67	0,2140	1,65	1,325	1,145	0,509	—
33	0,0295	1,695	1,32	1,14	0,471	—	68	0,1432	1,23	1,110	1,251	0,572	—
34	0,0321	2,18	1,86	—	0,473	—	69	0,262	0,580	0,458	—	0,625	—
35	0,0327	0,92	0,89	—	0,678	—	70	0,299	0,701	0,428	—	0,640	—