

La teoría relativista de la Gravitación de Einstein y la nueva concepción del Universo

FOR

MANUEL ALMEYDA A.

(Conclusión)

Supongamos, ahora, que a la caja-laboratorio de los ejemplos anteriores se le imprima en un momento dado un movimiento acelerado completamente irregular. Nuestro observador, al ver que sus móviles ya no siguen trayectorias rectilíneas sino curvas gausas más o menos caprichosamente deformadas, tratará de referir sus aparatos y fenómenos a un sistema que en lo posible elimine las aparentes anomalías de los movimientos que observa; pero quedará en la duda, que ningún experimento le permitirá aclarar, de si se encuentra realmente en la superficie de algún astro, sumergido por ejemplo, en un océano cuyos oleajes producen las extrañas deformaciones de las trayectorias de sus móviles, o si la pesantez de los cuerpos que lo rodean y de su propio cuerpo es debida simplemente a un movimiento acelerado de su laboratorio.

Aceptada esta última alternativa, él dirá que todo se explica si se refieren los cuerpos y fenómenos a otro sistema de coordenadas, distinto del que determinan las paredes de la caja y su cronómetro y después de un serio estudio podrá llegar a establecer las relaciones que ligan uno y otro sistema de referencia.

Sean

x_1, x_2, x_3, x_4

las coordenadas del Universo, en el sentido de Minkowski, que el observador usaba cuando la caja tenía un movimiento inercial i

$x_1^i, x_2^i, x_3^i, x_4^i$

las nuevas coordenadas que le permiten explicar los fenómenos que pasan dentro de la Caja como consecuencias de un movimiento irregularmente acelerado de ésta.

En general se tendrá:

$$\begin{aligned}x_1^1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, x_4) \\x_2^1 &= f_2(x_1, x_2, x_3, x_4) \\x_3^1 &= f_3(x_1, x_2, x_3, x_4) \\x_4^1 &= f_4(x_1, x_2, x_3, x_4).\end{aligned}\tag{6}$$

En el sistema de referencia inercial, el intervalo entre dos puntos del Universo minkowskiano, sabemos que es definido por la ecuación:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2.\tag{6 bis}$$

La ecuación del movimiento de una partícula material o móvil abandonado a sí mismo, se puede escribir en una forma que recuerda el postulado sobre el cual Hertz hizo descansar todo su sistema de Mecánica racional, postulado que no es sino una expresión nueva del conocido principio de Hamilton o de la menor acción y que dice: "un sistema material aislado permanece en reposo o describe de una manera uniforme una trayectoria que es un camino más recto". De acuerdo con este enunciado, la ecuación del movimiento de la partícula o móvil, usando la notación del Cálculo de Variaciones, es

$$\delta/ds = 0,\tag{7}$$

fórmula que no indica otra cosa sino que la trayectoria descrita es una línea recta del espacio euclídeo.

Las ecuaciones de transformación (6) nos permiten calcular el valor ds^1 del intervalo entre los mismos puntos considerados, pero con respecto al nuevo sistema.

En efecto, obtenemos:

$$dx_1^1 = \frac{df_1}{dx_1} dx_1 + \frac{df_1}{dx_2} dx_2 + \frac{df_1}{dx_3} dx_3 + \frac{df_1}{dx_4} dx_4,$$

y expresiones análogas para dx_2^1 , dx_3^1 i dx_4^1 . De estas ecuaciones podemos obtener los valores de dx_1 , dx_2 , dx_3 , dx_4 , en función de las diferenciales acentuadas, los que introducidos en (6 bis), nos dan:

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= g_{11} dx_1^2 + g_{12} dx_1 dx_2 + \dots + g_{44} dx_4^2 \\
 &= \Sigma g_{\mu\nu} dx_\mu^1 dx_\nu^1
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

en que los coeficientes g son funciones de las nuevas coordenadas y de las derivadas parciales de $f_1 \dots f_4$.

Se ve que el intervalo en el nuevo sistema de referencia adquiere la expresión general que corresponde al elemento lineal de un espacio no-euclídeo de cuatro dimensiones. Esto nos dice que nuestro observador podría interpretar matemáticamente los nuevos fenómenos que se le presentan considerando que el espacio en que se encuentra ha dejado de tener las propiedades de un continuo geométrico euclídeo y ha pasado a ser no-euclídeo, es decir, ha adquirido cierta curvatura riemanniana. A él se le podría ocurrir, entonces, que había pasado lo que pensó que podría suceder un físico inglés muy conocido, a saber: que nuestro sistema planetario, al moverse en el espacio en dirección de la constelación de Hércules, habría penetrado en regiones en que la curvatura espacial no fuera nula sino tuviera un valor apreciable, positivo o negativo, lo que nos permitiría observar y estudiar un continuo geométrico no-euclídeo.

Introduciendo en (7) el valor (8) de ds^1 obtenemos simplemente

$$\delta \int ds^1 = 0 \tag{7 bis}$$

cuya ecuación nos dice que las trayectorias de las partículas son las líneas más cortas del espacio no-euclídeo, es decir, las líneas geodésicas del continuo geométrico cuyo elemento lineal es ds^1 .

Esto nos conduce desde luego a una conclusión de importancia capital. Admitase por un momento que nuestro observador se acostumbre a apreciar los fenómenos refiriéndolos al espacio no-euclídeo que les convenga y supongamos que esté estudiando la trayectoria de los electrones escapados de una substancia radioactiva. Estas trayectorias serán líneas curvas. Ahora imaginemos que pone en actividad un electro imán, las trayectorias de los electrones sufrirán una nueva deformación ¿qué pensará el observador? Lo más probable, dentro de la hipótesis aceptada, es que admita que las propiedades del espacio no-euclídeo habían variado y que las nuevas trayectorias de los electrones seguían siendo las líneas geodésicas del espacio abstracto modificado. Para este físico no habría entonces fuerzas; en cambio, todos los cuerpos al moverse en el espacio tendrían la propiedad general de seguir siempre el camino más corto entre dos puntos dados.

Tratemos, ahora, de formarnos una imagen concreta de la experiencia que nos sirve de ejemplo. Para esto imaginemos trazadas en un espacio cuatridimensional de coordenadas x, y, z, t , las líneas universales de todas las partículas materiales y radiaciones electromagnéticas contenidas en la caja-laboratorio, es decir, relatada gráficamente la historia de todos los fenómenos y hechos verificados dentro de la caja.

Cuando ésta poseía un movimiento inercial, los móviles o partículas abandonadas a sí mismas describían segmentos rectilíneos de líneas universales, pero tan luego como fué sometida a un movimiento acelerado estos segmentos se transformaron en arcos de curvas gausas más o menos irregulares.

Podemos materializar aún más esta representación gráfica suponiendo que el Universo cuatridimensional está constituido por una masa sólida plástica, como una gelatina, en la cual quedan aprisionadas las trayectorias universales de las partículas. He dicho ya que los fenómenos mismos se presentan en esta representación como los puntos de concurrencia de gran número de estas trayectorias correspondientes a otras tantas partículas, radiaciones o entidades que entran en juego en el hecho físico que se considera.

Ahora bien, se ve fácilmente que el paso de la caja de su movimiento inercial al movimiento acelerado, o sea, que el resultado de la transformación de los coordenadas primitivas a las nuevas por medio de las cuatro funciones f , se puede representar materialmente por una deformación que se aplique a la gelatina y que produzca las mismas alteraciones de las trayectorias que el cambio de sistema de referencia. Pero la deformación de la gelatina, por mucho que altere el aspecto y el desarrollo de los hechos, no crea ni anula ninguna entidad o elemento que forme parte integrante de ellos, así como esos espejos que se suelen poner en los lugares de reunión para hacer reír a las personas que se contemplan en ellos, no les quitan ni agregan ningún rasgo que realmente posean, apesar de las alteraciones grotescas que producen en la imagen reflejada de las personas. Esto proviene de que la deformación de la jelatina modifica la curvatura y torsión de las trayectorias en cada punto, pero no puede crear ni anular y ni siquiera alterar substancialmente la distribución de los puntos de encuentro de las líneas universales dibujadas en ella. Matemáticamente expresado podríamos decir que los puntos de la jelatina deformada son función uniforme y continua de los puntos de la masa primitiva.

Generalizando este resultado, podemos decir que una transformación cualquiera de las coordenadas que sirven de referencia a un sistema material situado en un campo de potencial de gravitación constante, se puede representar por una deformación conveniente del espacio euclídeo en que nuestra intuición sitúa los fenómenos del mundo externo.

Ahora bien, distintos observadores, animados de movimientos distintamente acelerados requerirán desigual deformación del espacio intuitivo para apreciar los mismos hechos presentes a su vista.

Se ocurre entonces la pregunta: ¿son estas diversas representaciones equivalentes unas a otras o hay algunas que tengan preeminencia sobre las demás? La experiencia no nos proporciona base suficiente para poder dirimir esta cuestión. De la solución que se le quiera dar dependerá la concepción del mundo físico compatible con la teoría que sobre esa solución se desarrolle y se habrá planteado, entonces, un nuevo principio científico cuya validez dependerá de las conclusiones que de él se deriven.

En esta situación, Einstein toma resueltamente el camino que la concepción relativista del Universo patrocinada por Mach le señala y, afirmando la equivalencia de todas las representaciones, establece el *Principio generalizado de Relatividad*.

Recordando el enunciado que hemos dado del *Principio restringido*, nos veríamos, naturalmente, conducidos a expresar el nuevo postulado como sigue: "Las leyes que rigen los fenómenos físicos son invariantes con respecto a cualquier sistema de referencia"; pero Einstein ha observado que este enunciado estaría en desacuerdo con las consecuencias que las nuevas ideas tienen respecto a la textura del mundo externo.

Es fácil hacer ver, primero, que las proposiciones de la geometría de Euclides no son válidas en una extensión del continuo físico espacio-tiempo, si se acepta la teoría generalizada de relatividad. En efecto, sea un continuo físico en que no existe campo de gravitación, referido a un sistema inercial U : por consiguiente los resultados de la teoría restringida tienen validez para este sistema. Supongamos, ahora, el mismo continuo referido a un segundo sistema K' , que rota uniformemente con respecto a K . Para fijar las ideas imaginemos que K' es un disco plano circular que rota uniformemente en su plano al rededor del centro. Un observador sentado excéntricamente en el disco K' siente una fuerza que obra radialmente hacia afuera y que se interpreta como efecto de inercia por un observador situado en reposo con respecto al primer sistema K .

Pero el observador situado sobre el disco puede, fundándose en la teoría generalizada de relatividad, considerar su sistema de referencia como estando en reposo. La fuerza que obra sobre él y en general sobre todos los objetos en reposo con respecto al disco, la considerará como efecto de un campo gravitacional.

El observador ejecuta experimentos en su disco, con relojes y reglas de medida. Al obrar así persigue establecer definiciones exactas para los datos relativos a tiempo y espacio, basadas exclusivamente en sus observaciones. ¿A qué resultado llegará?

Para comenzar, él pone uno de dos relojes idénticos, al centro del disco y el otro en la orilla. Juzgados desde el punto de vista del sistema de referencia en reposo K , el reloj del centro no posee velocidad, mientras que el del borde se encuentra en movimiento con respecto a K . Por consiguiente, este último reloj, de acuerdo con un resultado deducido en la teoría restringida, marchará permanentemente más despacio que el reloj del centro y el mismo efecto será observado por una persona situada sobre el disco rotante y colocada en su mismo centro. Por tanto, en nuestro sistema K' (disco) o, para hacer el caso más general, en todo campo gravitacional, un reloj marchará más lentamente o más rápidamente según la posición en que esté situado. Por esto no es posible obtener una definición razonable del tiempo con relojes que se encuentren en reposo con respecto a un sistema de referencia cualquiera.

De la misma manera la definición de coordenadas espaciales presenta dificultades insalvables. Si un observador aplica su regla unitaria de medida tangencialmente al borde del disco, entonces, juzgando desde el punto de vista del sistema inercial K , su longitud será menor que 1, de acuerdo con los resultados ya obtenidos en la teoría restringida; es decir, la regla experimentará una contracción aparente en el sentido del movimiento; pero permanecerá igual a 1 si se la aplica radialmente sobre el disco. Ahora si el observador primero mide la circunferencia del disco con su regla y en seguida el diámetro, al dividir un resultado por el otro no obtendrá como cociente el conocido número $\pi = 3,1415 \dots$ sino un número mayor. Esto prueba que las proposiciones de la geometría euclídea no poseen validez en el sistema de referencia rotatorio y por tanto tampoco en un campo gravitacional. Por consiguiente, la idea de línea recta también pierde su significado. No podemos entonces definir las coordenadas x , y , z , y t con referencia al disco en la forma que lo hemos hecho en la teoría restringida. En un continuo de esta especie las propiedades que atribuimos habitualmente a los cuerpos sólidos son imposible; todo cuerpo al trasladarse de un punto a otro debe deformarse. Un sistema de referencia, tal como el usado por la geometría cartesiana, triédro trirectángulo indeformable, es incompatible con las propiedades del continuo espacio-tiempo deducidas de la teoría generalizada de la relatividad: en campos gravitacionales no hay esos cuerpos rígidos con propiedades euclídeas y es natural entonces que al enunciar el principio fundamental de la teoría no se haga referencia a tales entidades.

Afortunadamente la Geometría superior posee los medios necesarios para definir un elemento geométrico en un continuo abstracto no euclídeo: estas son las coordenadas curvilíneas que Gauss introdujo en el estudio de las superficies de doble curvatura y valiéndose de ellas el Principio de Relatividad generalizado puede enunciarse así:

ningún significado científico de atribuir una cierta y determinada estructura al espacio físico. Y no es así: habrá siempre, para cada observador, una geometría que realice mejor que otra cualquiera la síntesis de las relaciones especiales del mundo que lo rodean y será el espacio geométrico que así construya el que se identifique definitivamente, si es posible emplear esta palabra en la ciencia, con el espacio físico. La estructura que de este modo le asigne no será una propiedad absoluta del espacio físico, porque el espacio es simplemente una relación conceptual, pero será su estructura verdadera porque será la más cómoda para concebir el mundo externo; la más satisfactoria; la más natural en medio del acervo total de nuestros conocimientos científicos y son estos, según las corrientes filosóficas hoy en voga, los únicos caracteres distintivos de la verdad.

Así, en el ejemplo de que me he estado sirviendo, es lógico admitir que nuestro observador, meditando más y más sobre los fenómenos que lo rodean, acabará por comprender que su representación del mundo externo en un espacio no-euclídeo, que al principio creyó indispensable para coordinar los resultados de sus experimentos, puede ser sustituida por una representación euclídea, valiéndose de una cierta transformación de las coordenadas primitivas que, como dije ya, no eran otras que las aristas formadas por las paredes de su laboratorio y las indicaciones de su cronómetro. Nuestro físico concluirá, pues, por aceptar que, apesar de todas las apariencias, su pequeño campo de observación forma parte de un espacio físico de estructura euclídea.

Sentado todo esto, Einstein hubo de resolver el problema de la interpretación matemática del principio generalizado de relatividad. Vimos ya que la interpretación matemática del principio restringido fué conseguida por Meinkowski expresando simplemente que

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

es *invariante* para cualquier cambio de sistema de referencia en el Universo cuatridimensional. Einstein generalizó este resultado valiéndose de la consideración de que, conocido el elemento lineal ds de un espacio no euclídeo quedan fijadas todas las líneas geodésicas que unen dos puntos dados de la multiplicidad y, por consiguiente, quedan determinadas las trayectorias universales de todas las partículas materiales, radiaciones y otros elementos físicos que constituyen el mundo externo representado gráficamente. Ahora, como según el nuevo principio todas estas representaciones son equivalentes, Einstein afirma que la expresión (8):

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu} dx_{\mu} dx_{\nu}$$

debe ser invariante para cualquiera multiplicidad continua capaz de representar un determinado conjunto de fenómenos físicos, y es ésta la formulación matemática buscada.

Para aplicar el principio a un sistema físico dado debemos distinguir dos casos principales. El primero es aquel en que el campo de gravitación y la estructura no-euclídea del espacio son simplemente aparentes, es decir, son el resultado del movimiento acelerado de los ejes de referencia, como en el ejemplo de más atrás: se dice en este caso que no existe campo gravitacional permanente y en la imagen material constituida por la gelatina este hecho se manifiesta por la circunstancia de que la masa plástica puede llegar a ser deformada de tal manera que las trayectorias universales de las partículas o móviles abandonados a sí mismos queden perfectamente rectilíneas.

El segundo caso se presenta cuando el sistema físico que se estudia está atravesado por un campo de gravitación natural, es decir, no generado por un movimiento acelerado, como, por ejemplo, el campo producido por un cuerpo celeste.

En este caso es imposible deformar la gelatina hasta llegar a obtener que las líneas universales de los móviles abandonados a sí mismos queden completamente rectas; habrá siempre una curvatura residual que es imposible hacer desaparecer geoméricamente. "Tratar de reducir el espacio alrededor de la materia a la forma del espacio alejado de todo centro atractivo es algo así, dice el astrónomo inglés Eddington, como tratar de aplicar una hoja de papel sobre una esfera: el papel puede ser aplicado en un punto dado; pero, tan luego como queremos apartarnos de ese punto, la hoja se arruja (1)".

Es este un resultado experimental, una consecuencia sacada de la observación directa de la naturaleza, a la cual, por consiguiente, debe ajustarse toda teoría científica del mundo físico. Esto quiere decir que las trayectorias de las partículas a inmediaciones de la materia poseen una curvatura que llamaremos intrínseca para hacer resaltar el hecho de que por ninguna transformación de coordenadas puede ser anulada, y los cuerpos abandonados a sí mismos, aunque se mueven siempre según los caminos más rectos entre dos puntos dados, de acuerdo con el principio de Hamilton-Hertz, no describen ya líneas rectas según el sentido habitual-

(1) Loc. cit. pág. 20.

o euclídeo de la expresión, sino que trazan las líneas geodésicas de un continuo geométrico cuya estructura es más compleja que la del espacio intuitivo. Ahora bien, la teoría de las geometrías abstractas de Riemann, nos dice que la naturaleza íntima o estructura del continuo abstracto que rodea la materia ponderable quedará determinada por la expresión que recibe el elemento lineal ds entre dos puntas infinitamente próximas de una trayectoria universal, expresión que Einstein, según lo hemos visto ya, postula como invariante para un sistema físico determinado y es evidente que la estructura del espacio no-euclídeo solo puede depender de los parámetros g que intervienen en la forma cuadrática ds .

La existencia de un campo gravitacional permanente tiene por consecuencia restringir el número de continuos espacio-tiempo en los cuales es posible obtener una descripción matemática de los fenómenos que ocurren en cierta región del espacio, dejando como válidos solo aquellos que puedan transformarse entre sí sin alterar la curvatura intrínseca originada por la materia ponderable. En otros términos, el campo gravitacional permanente determina un cierto número de condiciones que limitan los valores asignables a los parámetros g , de tal manera que el continuo que representa un sistema físico no pueda, valiéndose de ninguna transformación de coordenadas, llegar a hacerse congruente con el continuo que representa otro sistema físico: las multiplicidades espacio-tiempo, en ambos casos, poseen propiedades irreconciliables derivadas de una desigual distribución de materia.

La experiencia demuestra que todos los campos gravitacionales observables en la naturaleza no incluyen el total de espacios que se pueden derivar del invariante ds^2 asignando a los parámetros g toda la concebible variedad de funciones de las coordenadas; existe una limitación para estas funciones que resulta de una serie de ecuaciones de condición a que se hallan sujetos los g ; estas ecuaciones constituyen la ley de la gravitación universal.

Einstein hizo ver previamente que los parámetros g son homogéneos con el potencial newtoniano V , que satisface en el espacio libre a la ecuación diferencial de Laplace:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = 0,$$

o, en la notación del Análisis Vectorial:

$$\text{grad } ^2V = 0.$$

Esta ecuación diferencial la podemos considerar como la ley de gravitación

de Newton y esta ley es compatible con el principio restringido de relatividad, pues se demuestra en los textos de Cálculo infinitesimal que la ecuación de Laplace es invariante para una transformación de coordenadas lineal ortogonal.

La nueva ley de gravitación, para que satisfaga al principio generalizado de relatividad, debe ser invariante con respecto a cualquier sistema de referencia en que se estudie un problema físico y como hemos visto que ella no es sino la condición analítica que debe satisfacer un continuo geométrico abstracto para que pueda llegar a corresponder a un sistema físico efectivamente realizable en la naturaleza, se deduce que la ley de gravitación generalizada debe consistir en la anulación de ciertas relaciones existentes entre las propiedades intrínscas de una multiplicidad continua abstracta. En efecto, la condición analítica se expresa por una serie de ecuaciones y éstas deben ser válidas para cualquier sistema de referencia, por tanto no deben depender de las coordenadas escogidas; son, pues, relaciones entre las propiedades intrínscas de la multiplicidad.

Pero la ley de Newton, considerada en su forma diferencial, no cumple con la condición requerida, pues ella permanece invariante sólo en el espacio intuitivo, en el cual expresa la anulación de una propiedad intrínscas de la función potencial, que Maxwell llama la concentración de la función en un punto del espacio y que en Análisis vectorial se demuestra que es la divergencia del vector gradiente del campo de la referida función potencial (1).

Einstein vióse así naturalmente conducido a estudiar las propiedades intrínscas de las multiplicidades matemáticas y de aquí proviene la introducción del cálculo diferencial absoluto en la teoría generalizada de la relatividad.

Es esta una doctrina desarrollada por los matemáticos italianos Levi-Civita y Ricci, partiendo de los trabajos anteriores de Riemann y Christoffel, en que se consigue obtener de una manera sistemática los invariantes, o sea las expresiones matemáticas de las propiedades intrínscas de una multiplicidad abstracta de un número arbitrario, n , de dimensiones. Para esto se parte de un invariante elemental que es una forma cuadrática de las variables y puede ser interpretada como el cuadrado del elemento lineal de la multiplicidad.

Si recordamos que Einstein acepta una forma cuadrática análoga como invariante fundamental en su teoría, queda de nuevo manifiesta la estrecha relación que liga la concepción relativista del Universo en su aspecto matemático y la teoría de los continuos geométricos abstractos.

(1) El lector que no tenga conocimientos del moderno cálculo de vectores puede consultar mis *Principios de Análisis vectorial*, Santiago 1919.

Los invariantes de que se ocupa el Cálculo absoluto poseen una cierta simetría geométrica alrededor del punto que se considera y, por consiguiente, esta nueva disciplina matemática puede ser considerada como un Análisis vectorial generalizado en un espacio no-euclídeo de n dimensiones. Desde este punto de vista los invariantes reciben el nombre de Tensores y se clasifican en diversos rangos o categorías según sea el orden de derivación que éntre en sus términos. Su simetría es de una complejidad inaudita comparada con la simetría de los tensores del Análisis vectorial ordinario. Así, si la simetría de estos es, como se sabe, la de un elipsoide de dos o de tres ejes, la de los tensores que entran en consideración en la teoría de Einstein poseen alrededor de un centenar de ejes de simetría.

Investigando las propiedades intrínsecas de las multiplicidades abstractas Einstein notó que un invariante, llamado en homenaje de sus descubridores el tensor de Riemann Christoffel, se anulaba cuando se introducían como valores de

los parámetros g los que reducen la fórmula $ds^2 = \sum_{\mu\nu} dx_{\mu} dx_{\nu}$ a la que rige en el espacio euclídeo: $ds^2 = \sum dx_{\mu}^2$; o sea, cuando la matriz:

g_{11}	g_{12}	g_{13}	g_{14}	
g_{21}	g_{22}	g_{23}	g_{24}	
g_{31}	g_{32}	g_{33}	g_{34}	$(g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu})$
g_{41}	g_{42}	g_{43}	g_{44}	

se reemplaza por la matriz

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1

De este hecho dedujo lógicamente que la condición de igualar a cero el tensor de Riemann Christoffel equivalía a establecer que el continuo geométrico considerado debe poder reducirse, por medio de una transformación de coordenadas apropiadas, a un espacio de estructura simplemente euclídea. Esto quiere decir que la gelatina que representa el continuo de que se trata puede ser deformada hasta que la curvatura de las trayectorias universales de los móviles abandonados a sí mismos desaparezcan, y en este caso sabemos que no existe campo gravitacional permanente.

En consecuencia, todo conjunto de valores de los parámetros g que anulan al tensor de Riemann-Christoffel, corresponderá a un sistema de coordenadas que podrá ser empleado para describir un espacio físico en que no actúe un campo gravitacional permanente. Ahora bien, un espacio de este carácter puede ser considerado como un caso especial de un espacio en que existe campo permanente de gravitación; las ecuaciones gravitacionales deben, por tanto, incluir como caso especial la anulación del tensor de Riemann-Christoffel. En otras palabras, las relaciones que ligán los parámetros g en un campo de gravitación permanente y que expresan la nueva ley de la gravitación universal, deben ser menos restrictivas que las que exigen la anulación del tensor tantas veces nombrado.

Guiado, pues, por algunas consideraciones y auxiliándose con algunas hipótesis lógicamente introducidas, Einstein descubre un tensor que igualado a cero proporciona las ecuaciones diferenciales que ligán los parámetros g en un campo gravitacional cualquiera. La ley de la gravitación queda expresada por la anulación de ese tensor e interpretada matemáticamente, encierra las condiciones que debe llenar un continuo geométrico abstracto para que pueda llegar a identificarse con un espacio físico realizable en el mundo externo.

La ley de Einstein es una generalización de la ley de Newton: a la anulación del escalar (grad^2) o laplaciano en el espacio euclídeo, libre de materia ponderable, corresponde la anulación del tensor de Einstein en un espacio atravesado por un campo gravitacional permanente pero libre también de materia ponderable, y, así como el valor que toma el laplaciano en un punto expresa la densidad de materia alrededor de él, así también el valor que toma el tensor de Einstein en una región del espacio se considera como la expresión de las características de la materia existente en ese lugar.

La vasta trascendencia de este descubrimiento solo aparece cuando se observa que las radiaciones, es decir, la energía libre, por el hecho de estar dotada de inercia y de peso, enjendra, lo mismo que la materia, un campo de gravitación y todos los procesos físicos, por el hecho de que no son sino fenómenos de transformación de energía, también son causa de generación de campos gravitantes. Por consiguiente las magnitudes físicas de cualquier especie se encuentran íntimamente ligadas a los parámetros g que determinan la estructura del campo de gravitación, y las relaciones que las ligán constituyen las nuevas ecuaciones diferenciales que deben sustituirse a las ecuaciones de la Física clásica. "Estas relaciones, siendo invariantes para toda transformación del sistema de referencia, son ecuaciones

intrínsecas expresadas por medio de igualdades tensoriales, de donde todo sistema de coordenadas ha desaparecido," (1).

Si los fenómenos físicos encorvan el espacio en que se desarrollan, éste, a su vez, reacciona provocando una alteración en la marcha de los fenómenos, hasta que el equilibrio completo sea alcanzado.

Ampliando esta concepción al Universo entero, se ve que la marcha de todos los procesos físicos es regida por las magnitudes g , las que, por su parte, son determinadas por los procesos que se realizan en todo el resto del Universo.

"Considerada en esta forma, la teoría de Einstein se presenta como un relativismo universal expresado con la ayuda de un cálculo absoluto. Las propiedades métricas del espacio, los propiedades cinemáticas y dinámicas de los sistemas mecánicos, las propiedades físicas de una región cualquiera del espacio varían según el punto de vista donde uno se sitúe. Esas propiedades dependen, en efecto, del campo de gravitación y del estado de movimiento del sistema de donde se le considere".

"La influencia de la gravitación se ejerce sobre todo proceso físico, sobre toda materia, comprendiendo en ella el campo electromagnético y luminoso. Recíprocamente, la gravitación se origina en toda región del universo en que el tensor de Einstein es diferente de cero".

"Como este tensor corresponde a una realidad, la gravitación introduce también un elemento real, al cual se puede siempre combinar un campo de gravitación ficticio, equivalente a un movimiento arbitrario en el espacio vacío".

"El espacio vacío no es el vacío absoluto e infinito de los newtonianos: es el campo de gravitación puro al cual no viene a superponerse ninguna materia. No hay, bajo el punto de vista físico, vacío amorfo, dotado de una pura receptividad, en el cual se podrían imaginar puntos materiales atrayéndose o rechazándose según ciertas leyes, como la ley de Newton, y comunicándose así aceleraciones absolutas. No se puede hablar de espacio vacío sino ahí donde hay campo de gravitación, no solamente coexistente con ese espacio, sino *verdaderamente creador del espacio, de sus propiedades métricas y, puede aún decirse, de su extensión*. Ya no hay que figurarse el mundo como una reunión de cuerpos perdidos en el vacío infinito, sino como sistemas de cuerpos y campos electromagnéticos superpuestos a campos gravitantes de dimensiones finitas" (1).

Con esto creo haberos presentado ya una idea global y en lo posible justa de

(1) Rougier: loc. cit. pág. 95.

los fundamentos de la teoría de Einstein. Debo todavía exponer rápidamente las conclusiones capaces de verificación experimental que de ella se han deducido y que le han proporcionado los ruidosos triunfos de que se ocupan actualmente casi todos los centros científicos de verdadera importancia. Al mismo tiempo haré ver las críticas más fundadas de sus adversarios.

Desde luego, la mecánica einsteiniana debe incluir como caso límite la mecánica de Newton, pues esta se ha comprobado que satisface en el estudio de muchos fenómenos físicos, es decir, "las ecuaciones que regulan el movimiento de un punto material libre en un campo gravitacional según la teoría de Einstein, deben diferir muy poco de las ecuaciones correspondientes de la dinámica ordinaria de un punto móvil en el espacio euclídeo, bajo la acción del potencial newtoniano. La teoría de Einstein satisface a esta condición" (1).

Pero el primer triunfo de universal resonancia fué la explicación del movimiento del perihelio del planeta Mercurio que Einstein dedujo de su teoría en 1915, poco tiempo después de haber dado a conocer la formulación definitiva de la misma.

Es un hecho conocido desde el siglo XVIII que los movimientos de las masas planetarias presentan anomalías que no pueden ser explicadas por la ley newtoniana de la gravitación universal, lo que ha inducido a muchos a intentar una modificación de esta ley y a adoptar una relación más complicada. Con mucho, la más importante de esas anomalías es el movimiento del perihelio de Mercurio, que alcanza a un desplazamiento angular de 42" por siglo. Se han hecho distintas hipótesis para explicar la discrepancia entre el resultado de las observaciones astronómicas y la teoría de Newton: Leverrier supuso la existencia de un planeta intra-mercurial, pero este planeta resulta de una masa tan considerable que, con toda seguridad, si realmente existiera, ya se habría notado su presencia en muchas observaciones celestes. Por la misma razón también se ha rechazado la hipótesis de la existencia de un satélite de Mercurio.

Habiéndose demostrado insuficientes otras tentativas de explicación, se ha tratado de modificar la ley de Newton. Se ha supuesto, por ejemplo, que la fuerza atractiva es absorbida por el espacio, que la gravitación se propaga con velocidad finita y finalmente que, como en las teorías eléctricas de Weber y Neumann, la fuerza depende de las velocidades relativas de los cuerpos en acción, pero todas estas modificaciones, si bien consiguen a veces mejorar las discrepancias, no conducen a una solución ampliamente satisfactoria.

(1) Palatino; "Scientia" I—X—1919.

En la teoría de Einstein, el movimiento de un planeta alrededor del Sol se debe considerar como el movimiento de una partícula material libre en el campo de gravitación de una gran masa ponderable central. El efecto de la masa a su alrededor es provocar una curvatura intrínseca del continuo espacio-tiempo, definido en cada punto por la expresión que toma el intervalo ds entre dos sucesos infinitamente próximos, expresión que se deduce de la ley de gravitación aplicada al caso de una masa única puntiforme. La trayectoria de la partícula queda determinada introduciendo dicho resultado en la ecuación diferencial del movimiento que, como hemos visto, no es sino la expresión de la condición de que la trayectoria es el camino más corto, o sea la línea geodésica que une dos puntos cualesquiera del campo.

El resultado a que se llega de esta manera indica que el movimiento de la partícula difiere sólo del que se obtiene aplicando la teoría de Newton, por la presencia de una aceleración adicional hacia el Sol igual a tres veces la masa de este astro expresada en unidades gravitacionales, multiplicada por el cuadrado de la velocidad angular del planeta alrededor del Sol. En el caso de Mercurio, esta nueva aceleración es del orden de la cien millonésima parte de la aceleración newtoniana y la pequeñez de esta diferencia explica que no se manifieste sino en fenómenos celestes que permiten observaciones de extraordinaria precisión. El efecto de la aceleración adicional puede considerarse fácilmente como perturbación de la órbita elíptica del planeta y conduce al resultado que el eje mayor de la órbita debe rotar a razón de 43" por siglo. La concordancia con el valor efectivo del desplazamiento del perihelio no puede ser más satisfactoria y este resultado constituye un argumento poderoso en favor de la teoría de Einstein.

Así debieron de comprenderlo los grandes institutos científicos ingleses que acordaron enviar las dos comisiones de astrónomos a observar el eclipse de Sol de Mayo pasado a la zona ecuatorial y se comprende ahora la expectación de los hombres de ciencia por conocer los resultados de esta doble expedición.

Estas fueron dadas a conocer por primera vez en la sesión especial celebrada el 6 de Noviembre último por la Sociedad Real de Londres y la Real Sociedad astronómica de Inglaterra, ante un público numeroso de sabios y físicos, algunos especialmente invitados en esta ocasión.

Se deduce de la teoría de Einstein, combinada con la teoría de los Quantuns de Planck, que las radiaciones electromagnéticas, es decir, la energía libre, está constituida por elementos más o menos discretos dotados de inercia y de peso, los que, en presencia de un campo de gravitación, deberán comportarse como partículas materiales lanzadas de un foco luminoso con la velocidad de la luz.

En la teoría corriente de la gravitación combinada con la teoría restringida de

la relatividad, la partícula sometida a la atracción del Sol describirá una órbita hiperbólica, uno de cuyos focos sería el astro y el cálculo indica que el ángulo formado por las asíntotas, o sea el desplazamiento angular de la estrella que emite la luz, alcanza a $0.87''$.

En la teoría de Einstein el quantum de energía electromagnética, o sea el rayo de luz, se mueve en un campo gravitacional de estructura no-euclídea y la curvatura de este campo actúa sobre la marcha del rayo modificando la curvatura de la trayectoria en una cantidad tal que el ángulo de las asíntotas se duplica y, por consiguiente, si se observa una estrella cuyos rayos pasan rozando el disco solar, se verá desplazada radialmente en un ángulo de $1''.74$.

Las placas astrofotográficas obtenidas por las comisiones que fueron a observar el eclipse confirman, sin dejar la menor duda, la predicción de Einstein, según lo manifestaron los jefes de dichas comisiones en la sesión recordada. "Esta, dice uno de ellos, es una de las más notables pruebas cruciales entre la ley de Newton y la nueva ley de Einstein. Ella ha indicado ya una perturbación que tiende a hacer rotar la órbita de Mercurio: esto la confirma para las pequeñas velocidades. Yendo al límite, en que la velocidad es la de la luz, la perturbación es aumentada en tal medida que duplica la curvatura de la trayectoria, y esto es lo que ahora se ha confirmado (1)".

Finalmente, se deduce de la teoría de Einstein que el período de vibración de los electrones en los átomos debe ser influenciado por la presencia de un campo gravitacional. En efecto, según esta teoría, la acción de un campo gravitante sobre un sistema material, en una extensión reducida de espacio para que el campo pueda ser considerado como uniforme, puede ser siempre reemplazada por el movimiento acelerado de los ejes de referencia en un campo libre de gravitación. Ahora bien, hemos visto que si se observa este sistema desde otro sistema que no comparta su movimiento acelerado, los fenómenos que se verifican en aquel parecerán marchar más lentamente que los fenómenos que se suceden alrededor del observador. Esto conduce inmediatamente a afirmar que los electrones en el Sol vibran aparentemente, para un observador de la Tierra, con mayor lentitud que los electrones de una luz terrestre y esto trae por consecuencia que los rayos espectrales de la luz solar o de alguna estrella deberían encontrarse desplazados hacia el rojo con respecto a las rayas correspondientes del espectro de una luz terrestre.

Mucho se ha discutido en los últimos tiempos si las observaciones espectrales indican o no la existencia de este fenómeno. En 1914 se creyó, en vista de las experiencias

(1) Report of the Joint Eclipse Meeting. "The Observatory" Novbre. 1919.

de Freundlich, que el desplazamiento de los rayos existía, pero posteriormente ha sido insistentemente negado este resultado y, sólo a principios de este año, dos jóvenes físicos de la Universidad de Bonn han demostrado que el desplazamiento realmente se observa, pero no es exactamente el que Einstein calcula. Varía entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$ del predicho. Empero, de la copiosa discusión que se ha entablado alrededor de este punto, se desprende que el fenómeno buscado es de una extrema complicación y se halla entremezclado con otros procesos físicos que se verifican en las atmósferas raiantes del sol o de las estrellas, en forma tal, que harán por largo tiempo indescifrable el problema de comprobar, con rigurosidad científica, la teoría de Einstein por este camino.

La más importante de las objeciones que se han hecho a la teoría de Einstein pretende ir al fondo mismo de la doctrina e invalidar los propios fundamentos filosóficos de las ideas relativistas. Uno de los más sagaces y obstinados impugnadores de Einstein ha dicho que éste sabio “debería probar que en su teoría las estrellas fijas ejercen realmente, apesar de su alejamiento, una influencia perceptible, y que las fuerzas centrífugas son provocadas por una rotación relativa a ellas y no por una rotación absoluta” (1).

Esta observación, no se puede negar, tiene su razón de ser justificada. Si bien es cierto que las leyes que rigen los fenómenos físicos resultan en la teoría de Einstein invariantes con respecto a un cambio cualquiera del sistema de referencia, la circunstancia de que estas leyes se presenten, en general, como ecuaciones diferenciales con derivadas parciales entre las magnitudes características de la materia y las propiedades intrínsecas del campo de gravitación, hace que la introducción de condiciones al límite diversas, según los problemas que se consideren, conduzca a funciones integrales, en términos finitos, diferentes de un caso a otro. Es por esto que los fenómenos que se observan en el movimiento de rotación de los cuerpos no pueden deducirse del estudio de ese mismo cuerpo en reposo, referido a un sistema de ejes en rotación.

Para escapar a esta grave objeción y mantener la completa relatividad de los movimientos, de acuerdo con las ideas sustentadas por Mach, Einstein admite que el Universo es finito, pero ilimitado, como los espacios de curvatura positiva descubiertos por Riemann. En lo anterior hemos visto que el espacio adquiere el carácter no-euclídeo a inmediaciones de la materia, donde actúa un campo de gra-

(1) Max Abraham: *Scientia* I—VII—1914.

vitación, pero a grandes distancias el espacio puede considerarse como simplemente euclídeo. Según la nueva hipótesis el espacio en su conjunto debe poseer una curvatura apreciable y esto conduce a admitir que existen, fuera de las masas celestes observables directamente, una cantidad enorme de materia cósmica diseminada entre las agrupaciones estelares. Si esto fuera efectivo, los rayos luminosos se propagarían según las líneas geodésicas de un espacio de Riemann y después de vagar millones de años por el espacio volverían a ingresar al lugar de donde habían partido. Una misma estrella podría verse desde las dos antípodas de la Tierra y habría a esperanza de llegar a medir una paralaje negativa de una estrella. Si uno cualquiera de estos dos fenómenos se llegara a observar se tendría la comprobación experimental de la finitud del Universo y de su estructura riemanniana.

Se ha impugnado la hipótesis de la curvatura integral del espacio físico por que exige la existencia de cantidades enormes de materia que no están en relación con el número de sistemas estelares observadas por los astrónomos. Tal vez esta objeción pueda perder su valor haciendo notar que ya sus estudios de física cósmica han conducido a Svante Arrhenius a suponer la existencia de soles apagados en mucho mayor número que los soles luminosos y la existencia de materia cósmica disgregada en meteoritos o polvo meteórico, en considerable cantidad.

Sea o nó favorable a la hipótesis de Einstein la solución definitiva de este problema, él nos revela que cuestiones de gran trascendencia para la concepción del Universo, esperan aún su solución.

Sería pueril, por lo demás, alentar la ilusión de que la teoría de Einstein constituye la solución definitiva de la interpretación racional de la naturaleza inanimada; ella es sólo una conquista, pero una de extraordinaria importancia, que abarca todo un continente de nuevas ideas científicas relacionadas con las cuestiones más fundamentales de la Filosofía Natural.

Si ella vale por los éxitos del presente, vale aún más por las esperanzas que hace abrigar en el futuro. Para el hombre de ciencias que recorre el camino del pensamiento humano es como la cumbre a que ansía llegar pronto el viajero para recrearse con la contemplación del panorama: si mirando hacia atrás, el trayecto recorrido le produce la satisfacción del esfuerzo provechosamente realizado, la perspectiva de los horizontes que acaban de aparecer a su vista exaltan su espíritu y fortifican su ánimo para proseguir su marcha hacia las atrayentes y misteriosas lejanías de una región desconocida.

Santiago, 25 de Mayo de 1920.