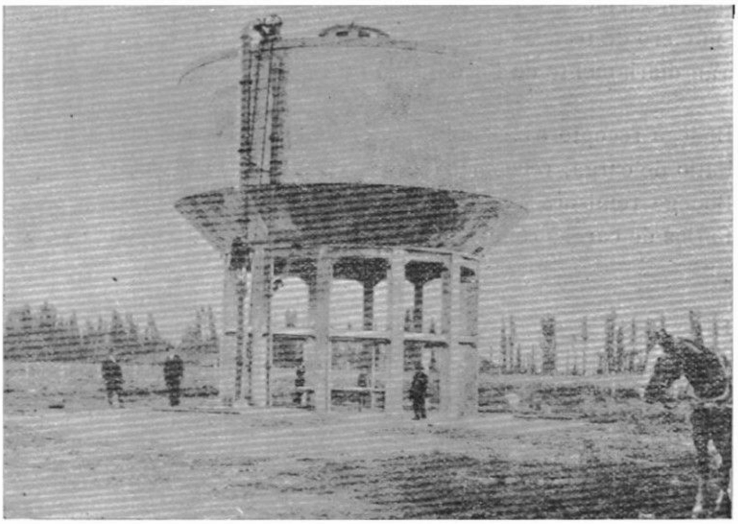


Observaciones sobre el cálculo estático de un estanque de concreto armado forma Yntze

POR

MANUEL ALMEYDA

Habiendo proyectado un estanque forma Yntze de concreto armado con capacidad de 500 metros cúbicos, hemos tenido ocasión de estudiar el método de cálculo indicado someramente en el «Handbuch der Eisenbetonbau» para estanques con fondo esférico, el que conduce a una solución relativamente económica y segura, como lo demuestran obras análogas en servicio, tanto en Europa (estanques de los Arsenales de Marina de Tolón), como en nuestro pais (estanque del

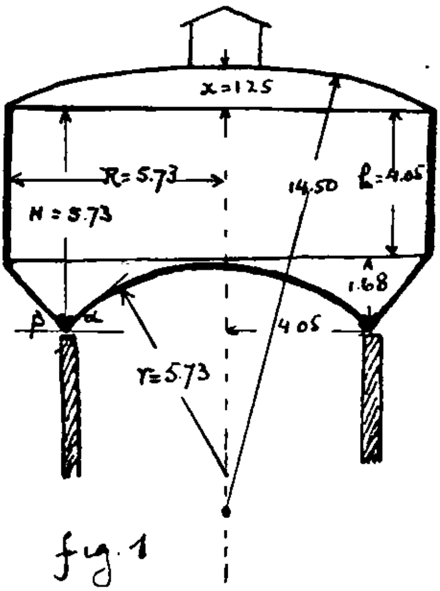


fig 1

servicio de agua potable de Parral). Pero, siendo la exposición del Handbuch demasiado lacónica y falta de crítica, hemos creído de interés darla a conocer con mayor extensión.

Dimensiones generales: El Handbuch dá fórmulas empíricas para fijar las dimensiones principales de un estanque Yntze.

Radio de la cuba = radio del fondo esférico = altura máxima de agua.

$$= \sqrt[3]{\frac{\text{volúmen}}{2.656}}$$

En nuestro caso = 5.73 mts.

Radio de la base del fondo esférico = altura de la pared cilíndrica $= \frac{\text{radio de la cuba}}{\sqrt{2}}$

En nuestro caso = 4.05 metros.
Angulo de inclinación del fondo cónico = ángulo límite del fondo esférico = 45°.

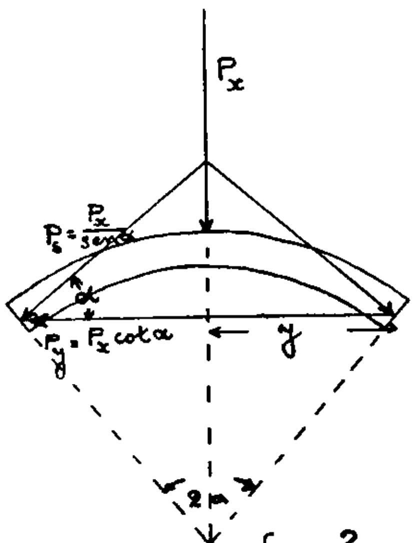


fig 2

Cálculo del fondo esférico y de la cúpula.

El peso que gravita sobre un casquete esférico se descompone en un empuje sobre los apoyos, distribuído uniformemente segun la superficie de un cono cuya base es la del casquete.

El valor total del empuje es: $P_s = \frac{P_x}{\text{Sen } \alpha}$

y por unidad de desarrollo de la base:

$$p_s = \frac{P_x}{2 \pi y \text{ sen } \alpha} \qquad (1)$$

Este empuje inclinado origina un esfuerzo horizontal sobre la superficie de apoyo del casquete, igual a:

$$P_y = P_x \cot \alpha$$

y por unidad de longitud:

$$p_y = \frac{P_x \cot \alpha}{2 \pi y}$$

Ahora bien, la tensión en una superficie cilíndrica es igual a la presión interior por el radio.

Una zona esférica infinitamente angosta se puede reemplazar por una superficie cilíndrica de igual base y altura, por consiguiente la tensión en la zona será:

$$T_y = y \times p_y = P_x \times \frac{\cot \alpha}{2 \pi}$$

Para una zona infinitamente próxima se tendrá:

$$T_{y + dy} = (y + dy) \, p_{y + dy} = \frac{1}{2 \pi} \left[P_x \cot \alpha + d \, (P_x \cot \alpha) \right]$$

La zona esférica comprendida entre los paralelos y e y + dy deberá resistir un esfuerzo igual a la diferencia de sus tensiones extremas:

$$T_y + dy - T_y = \frac{1}{2 \pi} d \, (P_x \cot \alpha)$$

y si consideramos el esfuerzo por unidad de arco ds:

$$p_z = \frac{d\,T_y}{ds} = \frac{1}{2\,\pi} \times \frac{d\,(P_x \cot \alpha)}{ds},$$

llamando p_z el esfuerzo unitario. Esta ecuación determina la armadura horizontal del casquete. Debemos distinguir dos casos.

1.ero Caso del fondo esférico: la carga por m² de proyección horizontal se puede considerar como constante. En esta carga se incluye tanto el peso util como el peso propio.

Tenemos:

$P_x = \pi\, y^2 \times p$, siendo p la carga por m² horizontal

pero $y = r \operatorname{sen} \alpha$

luego $$P_x = \pi\, p r^2 \operatorname{sen}^2 \alpha$$

$$p_s = \frac{\pi p r^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2\pi\, r \operatorname{sen}^2 \alpha} = \frac{Pr}{2}$$

$$p_y = \frac{\pi p r^2 \operatorname{sen}^2 \alpha \cot \alpha}{2\pi\, r \operatorname{sen} \alpha} = p\frac{r}{2}\cos\alpha$$

de donde $$T_y = \frac{pr^2}{2}\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha,$$ y

$$p_z = \frac{pr^2}{2} \times \frac{d\,(\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha)}{r\,d\,\alpha}$$

$$= p\frac{r}{2}\,(2\cos^2 \alpha - 1)$$

$$= p\frac{r}{2}\cos 2\,\alpha$$

Por consiguiente p_z es máximo para $\alpha = o$ i su valor es:

$$(p_z)_{\alpha=0^o} = +\frac{pr}{2},$$

disminuye entre $\alpha = o$ i $\alpha = 45^o$, en que pasa por un mínimo igual a

$$(p_z)_{\alpha=45^o} = \frac{pr}{2}\cos 90^o = o,$$

cambia de signo para $\alpha > 45^{\circ}$ y toma valores absolutos iguales para ángulos equidistantes de $\alpha = 45^{\circ}$, luego para $\alpha = 90^{\circ}$

$$(p_z)_{\alpha = 90^{\circ}} = -\frac{pr}{2}$$

Por consiguiente si A B C (fig. 3) representa la semi seccion meridiana del fondo esférico, A' B' C' C es la elástica deformada. En el estanque forma Intze solo nos interesa la zona de traccion B C' C pues α en el arranque es $= 45^{\circ}$. Determinaremos el valor de p_z para algunos ángulos intermedios:

$$\alpha = 0,\ p_z = +p\frac{r}{2}\ ;\ \alpha = 22\tfrac{1}{2}^{\circ},\ p_z = \frac{1}{4}\sqrt{2}\,pr$$

$$\alpha = 30^{\circ},\ p_z = p\frac{r}{4}\ ;\ \alpha = 45^{\circ},\ p_z = 0^{\circ}$$

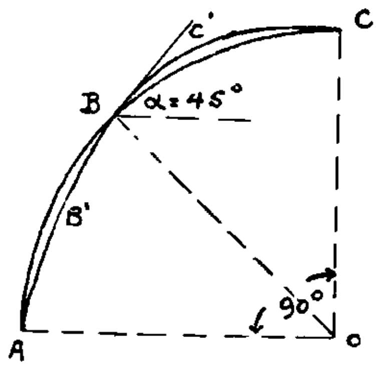


fig 3

p_z disminuye rápidamente a medida que α se aproxima a 45°.

En el proyecto confeccionado teníamos:

en la cúspide	$p = 4300$ k/m.^{2} horiz., $r = 5.73$
	$p_z = 12300$ k/m.
a mitad del arco	$p = 4800$ k/m.^{2} h.
	$p_z = 9600$ k/m.
a 2/3 del arco	$p = 5000$ k/m.^{2} h.
	$p_z = 7200$ k/m.

Partiendo de estas tensiones, la armadura horizontal del fondo esférico se constituyó como sigue:

Para el casquete entre $\alpha = 0^\circ$ i $\alpha = 22^1/_2{}^\circ$, un Φ de 10 m/m. (3/8") cada 6 cm; para la zona entre $\alpha = 22^1/_2{}^\circ$ i $\alpha = 30^\circ$. un Φ de 10 m/m. cada 8 cm. i para la zona entre $\alpha = 30^\circ$ i $\alpha = 45^\circ$, un Φ de 10 m/m. cada 10 cm.

Las tasas máximas de trabajo resultante son:

en la cúspide	10.5 k/m²
a mitad del arco	10.8 »
a 2/3 del arco	10 »

2.° Caso de la cúpula.—En este caso el peso por m² de proyección horizontal del casquete es variable, ya sea si se considera sólo el peso propio o alguna sobrecarga eventual (nievo por ej.)

Es facil deducir la fórmula que da el esfuerzo unitario sobre una zona esférica. Se llega a la siguiente expresión:

$$p_z = \frac{(r - x)^2 - x\,r}{2r - x}\,g$$

en que r=radio de la cúpula
x=flecha » » »
g=peso por m² de cúpula y sobre carga. p_z es max. para x=o, en la cúspide, e igual a $g\frac{r}{2}$; mínimo en el arranque. Como x se hace generalmente $= \frac{1}{10}$ a $\frac{1}{15}r$, se justifica que en la práctica se coloque una armadura horizontal uniforme sobre toda la cúpula.

En el estanque proyectado se tenía:

$r = 14.5$ mt
$g = 200$ k m²

por consiguiente: (p_z) max$=1450$ k/m.

La armadura horizontal se constituyó por un ϕ de 4.75 m/m cada 7.5 cm. La tasa max. resultante es de 6.5 k/mm².

La armadura vertical del fondo esférico y de la cúpula, que completa la malla, se calcula para que resista al esfuerzo vertical de cizalle producido por el peso propio y la sobre carga. El máximo de este esfuerzo se encuentra sobre los arranques.

Para el fondo esférico se tiene:

esfuerzo total de cizalle $= \pi r^2 p_m$

y por unidad de longitud de sección cizallada $= \frac{\pi r^2 p_m}{2 \pi r} = \frac{r p_m}{2}$

en el proyecto, con $r = 4.05$ m y $p_m = \frac{p\ mín + p\ max}{2}$ aprox. $= \frac{4300 + 6000}{2} = 5\ 150$ k/m², resulta:

$$\frac{r\ p_m}{2} = 10\ 400 \text{ k m}$$

Se ha dispuesto en la base del fondo un Φ de 10 m/m cada 5 cm, resultando una tasa de trabajo al cizalle de 7.3 k mm². De análoga forma se ha procedido para la armadura vertical de la cúpula.

Cálculo del espesor del concreto. — La ecuación (1) nos da la carga que obra por compresión sobre el concreto, por unidad de desarrollo de la superficie comprimida:

$$p_s = \frac{P_x}{2 \pi y \text{ sen } \alpha}$$

haciendo $P_x = \pi y^2 \times p = \pi p r^2 \text{ sen}^2 \alpha$

tenemos $p_s = \frac{\pi p r^2 \text{ sen}^2 \alpha}{2 \pi r \text{ sen}^2 \alpha} = p \frac{r}{2}$

Si d es el espesor del concreto y R_c la tasa de trabajo por cm.²:

$$d = \frac{p_s}{100\ R_c}$$

Para el fondo esférico, teníamos en nuestro caso:

$$p = 6000 \text{ k/m}^2$$
$$r = 5.73 \text{ m.}$$
$$R_c = 20 \text{ k/cm}^2$$

de donde $d = \frac{6000 \times 5.73}{200 \times 20} = 8.6$ cm.

se adoptó $d = 10$ cm.

Este espesor se verificó, de acuerdo con lo establecido por las Normas para el cálculo del concreto armado § 16, N.º 2, a la estensión. El concreto que se empleará será de 510 k de cemento por m^3 de arena y ripio y se admite que da a los 28 días una carga de ruptura a la compresión de 240 k cm^2. El trabajo a la tracción no deberá sobrepasar entonces de:

$$2\ 3 \times \frac{1}{10} \times 240 = 16\ \text{k/cm}^2$$

Se debe verificar entonces, por cm. corrido de sección meridiana en la cúspide:

$$\frac{p_z}{100} < 16 \left(d + \frac{15 \times \Delta}{6} \right)$$ siendo Δ la sección de los

fierros de la armadura horizontal.

$$123 < 160 + 1.6$$

Se ve que el espesor elejido satisface sobradamente la condición.

En igual forma se ha procedido para el cálculo del espesor de la cúpula; pero resultando espesores excesivamente delgados se adopta generalmente d=6 cm.

Cálculo de la reacción horizontal de apoyo. —En el caso del fondo esférico la reacción se halla contrarrestada por el empuje producido por el fondo cónico, que es igual y contrario al primero. En efecto aquella es:

$$P_s = \frac{P_x}{\text{sen}\ \alpha}$$

y el empuje del fondo cónico:

$$P'_s = \frac{P'_x}{\text{sen}\ \beta} = \frac{P'_x}{\text{sen}\ \alpha}$$ puesto que $\alpha = \beta = 45.^o$

siendo P'_x el peso del agua que gravita sobre el fondo cónico

pero $P_x = \pi\ r^2\ p'_m$ y $P'_x = \pi\ R^2\ p'_m - \pi\ r^2\ p\ m$

y como $R^2 = 2r$ y $p'_m = p\ m$ aproximadamente

$P_x = P'_x$

luego $P_s = P'_s$

En el caso de la cúpula la reacción horizontal debe ser contrarrestada por un anillo de fierro. Si llamamos H el empuje por metro corrido, D el diámetro de la base de la cúpula y P la carga:

$$H = \frac{P \cot \alpha}{\pi D}$$

y si ponemos $p = \frac{P}{\pi D}$ = carga por m. corrido de anillo

$$H = p \cot \alpha = \frac{2 p (r - x)}{D}$$, que es la fórmula

dada por Coignet para el cálculo del anillo. En nuestro caso teníamos $p = 550$ k m; $r - x = 13.5^m$, $D = 11.5^m$.

$$D = 1350 \text{ k}$$

la tensión en el anillo es $\frac{H D}{2} = 7750$ k. El anillo es constituido por un plat de 100 m/m×10 m m.

Cálculo de la pared cilíndrica y del fondo cónico.—No ofrece dificultad. La armadura horizontal se calculó como la de un tubo sometido a una cierta presión interior.

Siendo la inclinación del fondo cónico de 450, resulta una armadura horizontal uniforme. En nuestro caso, siendo en un extremo:

$$p = 0.405 \text{ k cm. y}$$
$$r = 5.73 \text{ m.}$$

resultó un ϕ de 12.7 m m cada 5 cm.

Para la armadura de la pared cilíndrica se consideraron trozos de 0.50 m. de alto y el diámetro de los fierros se eligió de manera de no tener mallas de más de 8 cm. en la mitad inferior de la pared y de demás de 10 cm. en la mitad superior.

La armadura vertical del fondo cónico se calculó al cizalle, la de la pared cilíndrica se consideró como armadura de repartición, fijándose en un ϕ de 6 m m cada 10 cm.

El espesor, en el fondo cónico, se calculó a la compresión producida por el empuje inclinado:

$$P_z = \frac{P_x}{\operatorname{sen} \alpha}$$

resultando, como es natural, el espesor igual al del fondo esférico.

En la pared cilíndrica el espesor quedó fijado por la condición del Plieg. § 16, N.º 2. Resultó d=10 cm.

Para la colocación de la armadura y rigidez del conjunto, se consulta una generatriz constituída por una |__| de $\frac{40\times 20}{5}$ mm., cada 2 metros, en la pared cilíndrica; la que alcanza hasta el fondo plano que une las partes cónica y esférica del mismo. Esta | se aperna, por su extremo superior, al anillo que recibe el empuje de la cúpula; por su extremo inferior, a las dos |__| en forma de corona que se encuentran en el fondo plano, y a una | que recorre la pared cilíndrica en su juntura con el fondo cónico.

Infrastructura del Estanque.—La infrastructura es constituída por: a *la viga soporte* que transmite el peso propio y útil de la cuba a b) *las pilastras de sostenimiento*, que reparten la carga a la c) *losa de fundación* por intermedio de una viga de repartición.

Viga soporte.—Se le ha dado la forma de un anillo circular del mismo espesor que el fondo plano, es decir 0.40 m., a plomo del cual se encuentra. Esta viga se calculó como continua sobre infinitos apoyos. No se tomó en cuenta el momento de torsión debido a la curvatura del eje de la viga, sino que se comprobó que la torsión producía en la arista más desfavorable de la sección peligrosa, esfuerzos de cizalle inferiores a los admisibles.

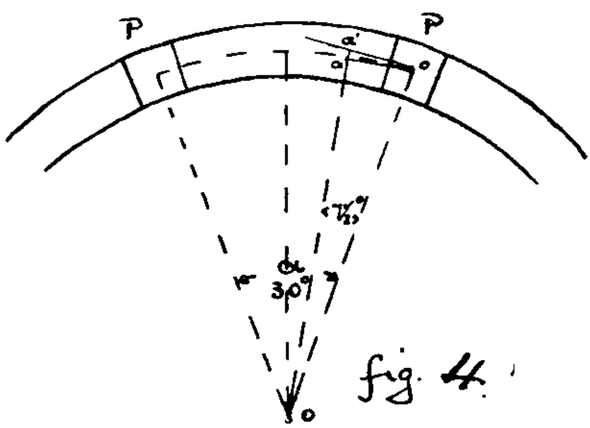


fig. 4

Si P y P' son dos pilastras consecutivas el ángulo P o P' es igual a $\frac{360^\circ}{n}$, siendo n el número de pilastras. En nuestro caso se hizo n = 12, luego $\sphericalangle$ P o P = 30°. El momento de torsión que obra sobre la sección peligrosa encima de una de las pilastras es, llamando Q la carga total debido al peso propio y al peso útil del estanque:

$$M_t = \frac{Q}{24} \times a\ a' = \frac{\omega}{24} \times o\ a \operatorname{sen}(a\ o\ a')$$

$$= \frac{Q}{24} \times \frac{2\pi r}{48} \operatorname{sen} 3^{\circ}45'$$

pero como sen $3^{\circ}45' = 0.064$ y $\frac{2\pi r}{48} = 0.50$ m. $Q = 600\,000$ k.

$$M_t = 0.0014 \times 600\,000 = 840 \text{ kgmt.}$$

Como la teoría de la torsión de las piezas de concreto armado se encuentra todavía en pañales, consideramos la viga como homogénea y despreciamos la resistencia de la armadura. La tasa máx. de trabajo es:

$$K_t = \frac{M_t}{\frac{2}{9} b^2 h}$$

siendo b la base y h la altura de la viga, en nuestro caso $b = 40$ cm., $h = 75$ cm, luego

$$K_t = \frac{84000}{0.22 \times 1600 \times 75} = 3\ 2 \ \text{k}_{/\text{cm}^2}$$

El Pliego admite 4.5 k/cm².

La carga sobre cada pilastra es de 50 toneladas aproximadamente. Siendo la sección de ellas 40×40 cm. con 4 ϕ de 19 m/m., resulta una carga de 30 kilos cm². El Pliego admite sólo $\frac{1}{10}$ de la carga de ruptura a la compresión del concreto. El concreto que se consulta es de 340ᵏ de cemento por m³ y deberán dar una carga de ruptura de 180 k cm². Si se considera que el Pliego se refiere a esta carga, no se debería hacer trabajar la pilastra a más de 18 k/cm², pero es lógico admitir que la carga de ruptura que se debe considerar es la de la pieza de concreto armado que, según las experiencias de Mörsch, sube de 300 a 400 k/cm².

La fundación está constituída, como se ha indicado, por una losa circular de concreto armado que une todas las pilastras y reparte la carga al terreno a una tasa uniforme de 2 k/cm². Para obtener este resultado se hace recibir directamente la carga de las pilastras por una viga circular de repartición igual y simétrica a la viga soporte de la cuba. la que transmite los esfuerzos a la losa.

Para aumentar aun más la rigidez del conjunto se ha dispuesto a media altura de las pilastras una viga intermedio horizontal.

El cálculo de los elementos de la infraestructura no ofrece novedad. En la lámina que se acompaña se pueden ver las disposiciones de las armaduras y un corte en elevación de conjunto del estanque.

Santiago, 18 de Mayo de 1917.

INSPECCION DE AGUA POTABLE I DESAGUES

PROYECTO DE ESTANQUE INTZE DE 500 mts³

PARA

CAUQUENES

V° B°

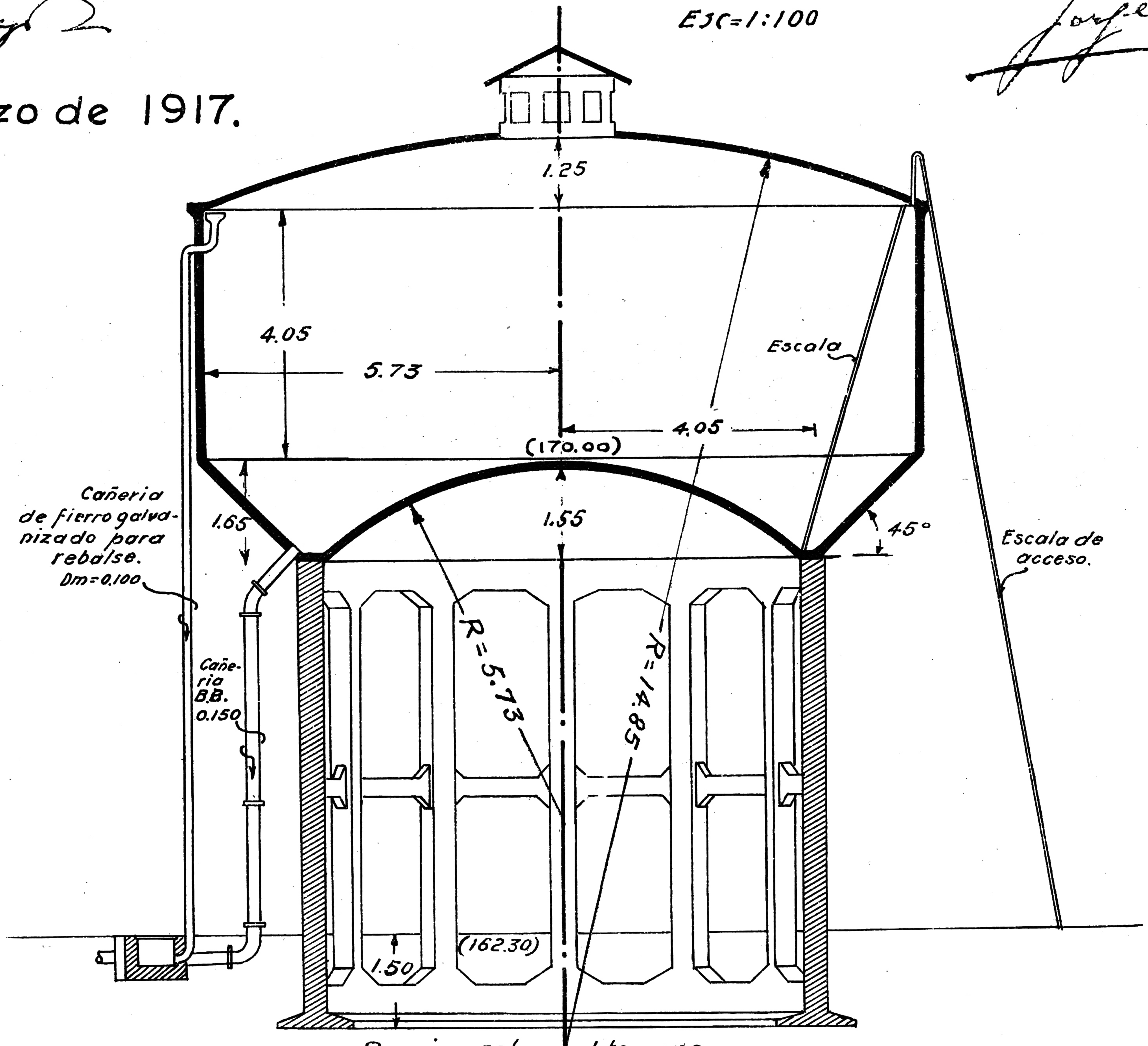
Jorge Torres B.

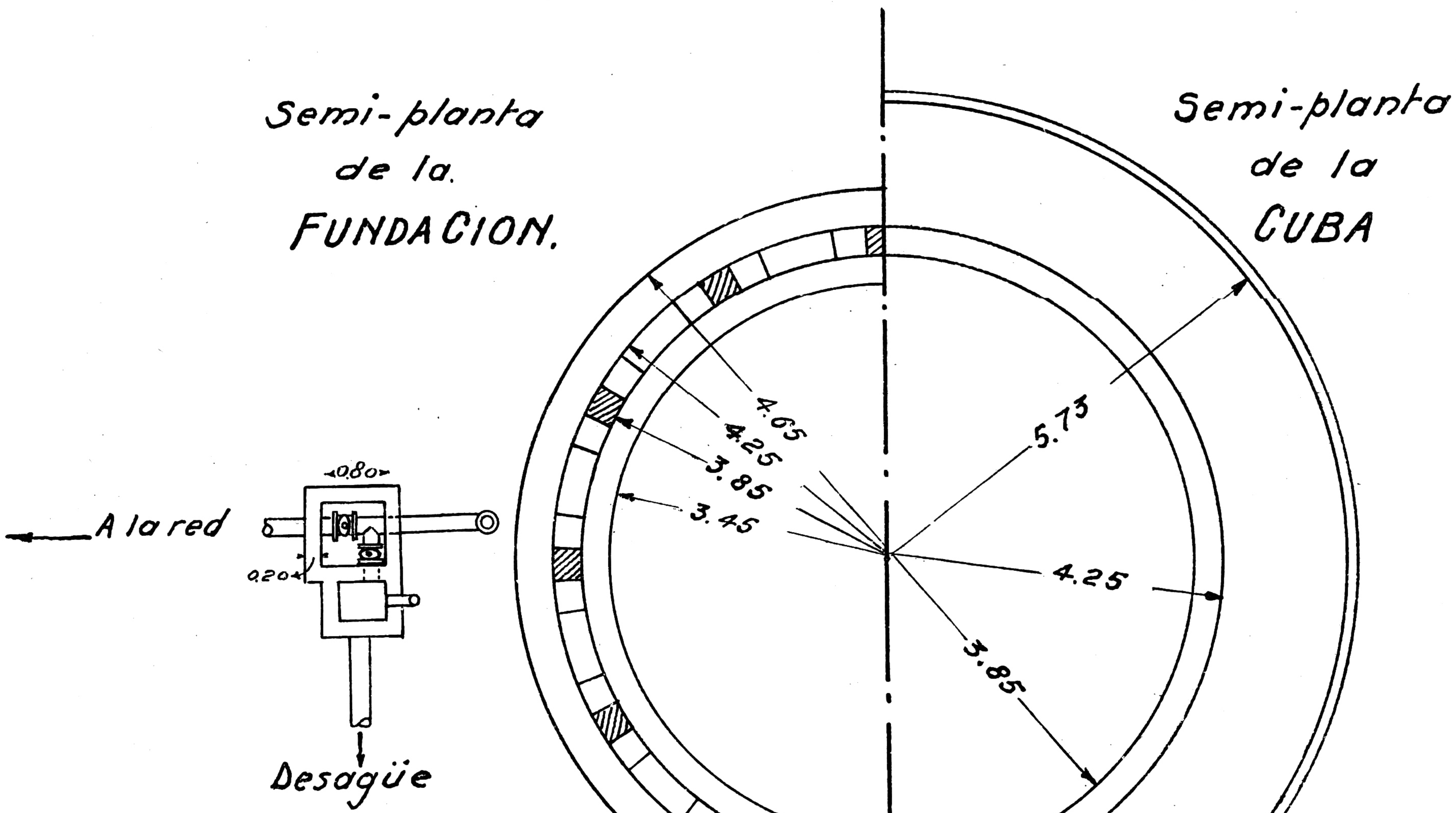
PROYECTADO POR:

Santiago Marzo de 1917.

ELEVACION DE CONJUNTO

Esc=1:100





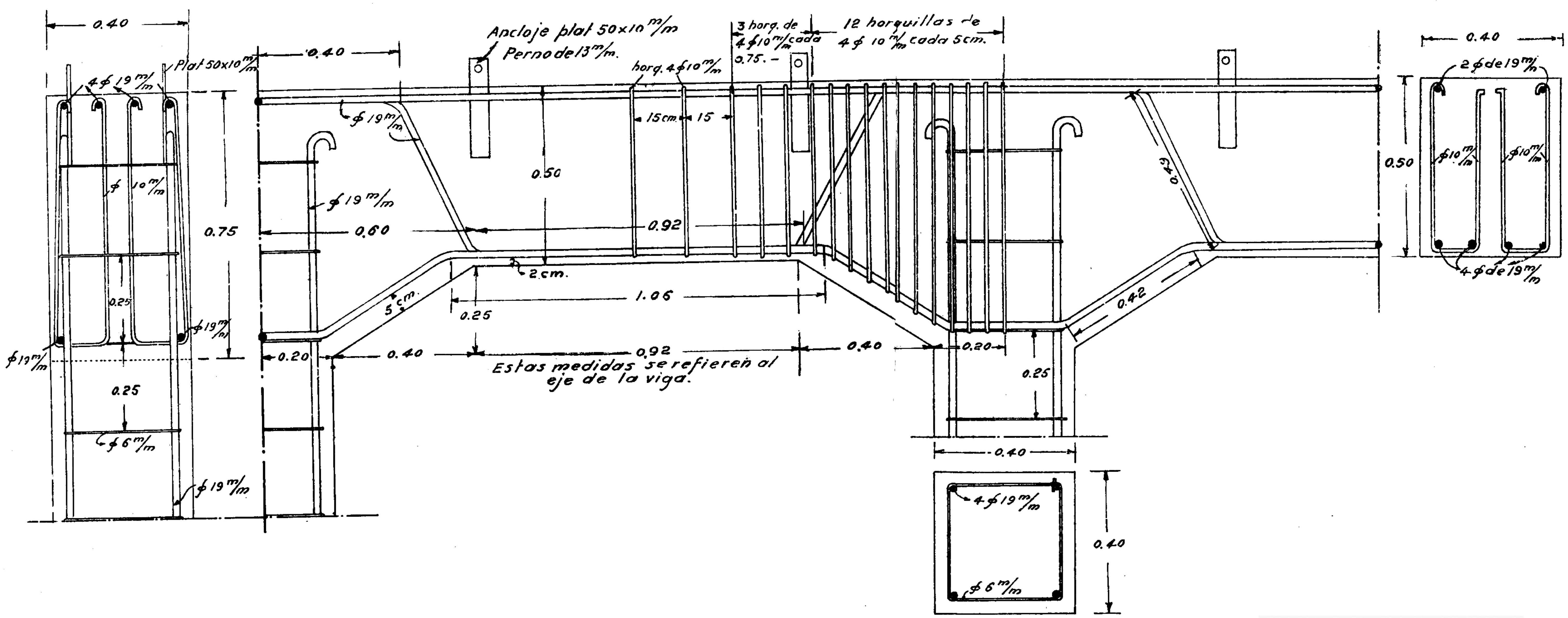
VIGA SOPORTE DE LA CUBA

Esc 1:10

LA Nº 2

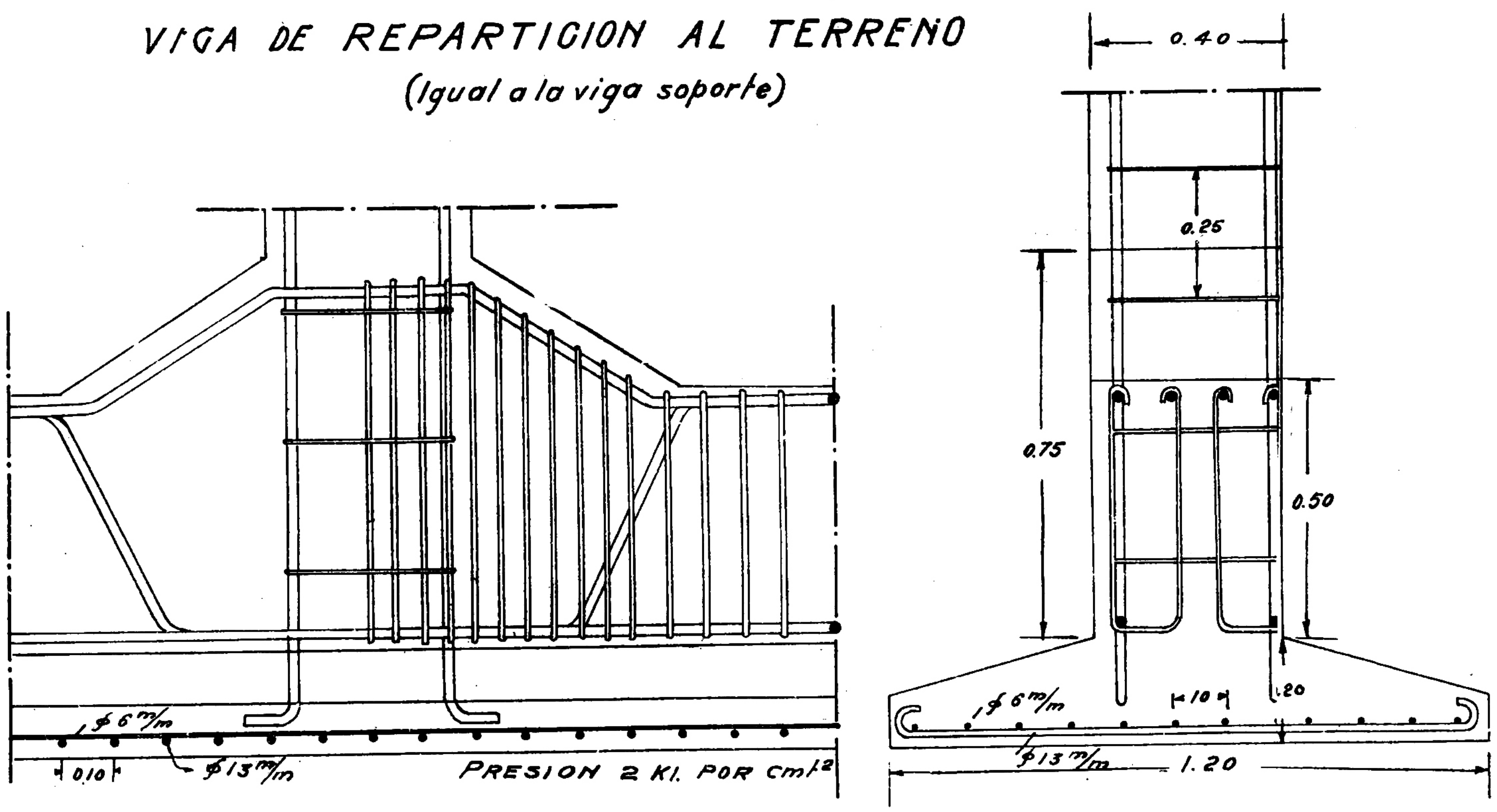
VIGA SOPORTE DE LA CUBA

Esc 1:10

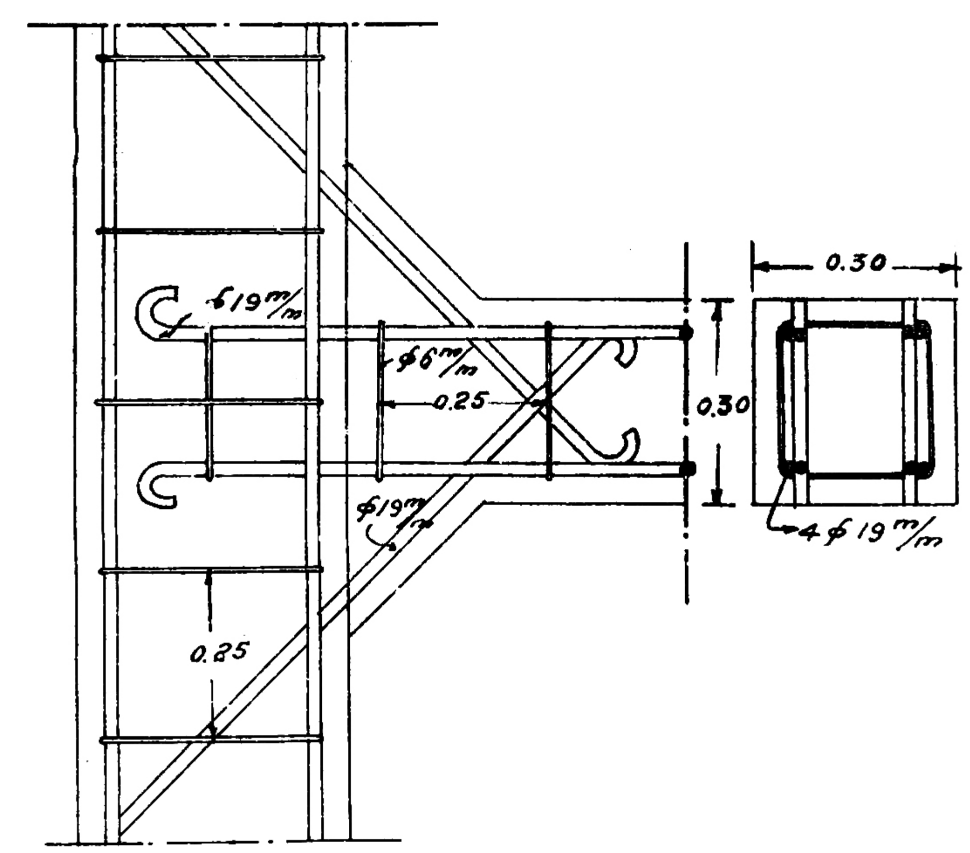


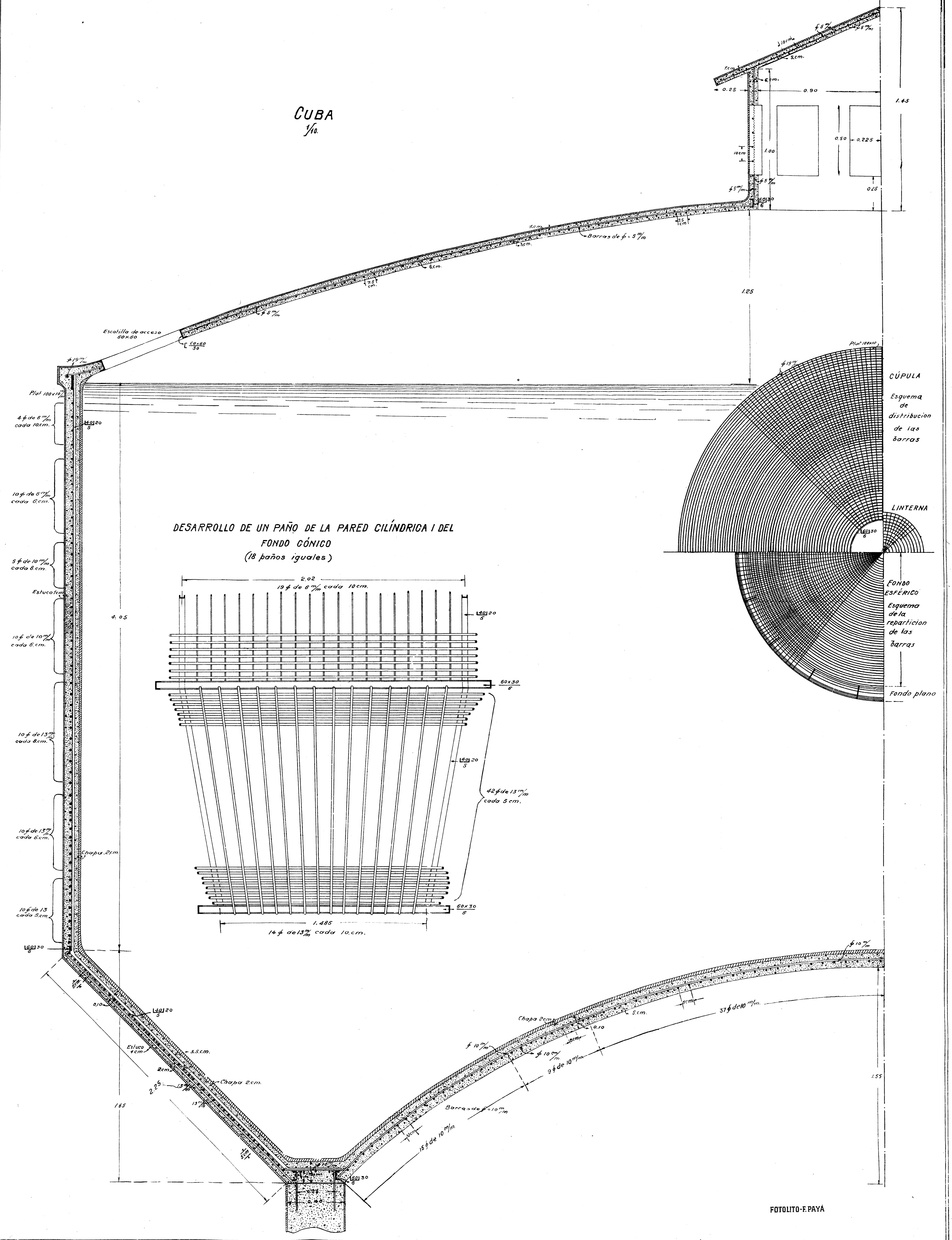
VIGA DE REPARTICION AL TERRENO

(Igual a la viga soporte)



VIGA INTERMEDIA





FOTOLITO-F. PAYÁ