

El cálculo de los muros de sostenimiento de concreto armado

POR

AURELIO PUELMA BARRIGA

Consideraciones preliminares sobre este material

EN NUESTRO PAIS TODAVIA NO SE LE DA TODA LA IMPORTANCIA QUE DEBE TENER

Este nuevo material de construccion que ha entrado en la vida de la ingeniería moderna, material resultante del concreto i del fierro i descubierto por el modesto jardinero frances Josejh Monier i popularizado mas tarde por M. Hennebique, tiene propiedades que se pueden considerar como completamente definidas i resueltas por los años que la esperiencia i la observacion le ha consagrado.

El concreto armado que se ha apoderado de las cualidades de resistencia de los elementos que lo forman, tambien ha debilitado los defectos que estos elementos tenian por separado, formando un material resultante de cualidades superiores.

La gran adherencia del concreto al fierro, que segun Bauschinger, ha sobrepasado de 40 K/cm^2 , puede considerarse como la propiedad fundamental i la que ha dado toda la razon de ser a este nuevo material.

La igualdad de los coeficientes de dilatacion térmica del concreto i del fierro hacen suficientemente lójica su union.

La madera con el concreto no tiene estas propiedades fundamentales necesarias para formar un material resultante de elementos etereojeúneos; por este motivo, las construcciones de concreto con madera no tienen base científica.

El hecho de que las armaduras de fierro, al ser revestidas con el concreto, no se oxiden. i que el concreto gane en resistencia con el tiempo, hacen del concreto armado un material eterno.

En un solo caso el cemento podria atacar al fierro i es cuando el cemento contiene sulfuros. Por lo jeneral los cementos son bastante conocidos i se les conoce su composicion química.

La esperiencia ha demostrado que el concreto armado puede soportar alarga-

nientos mucho mayores que los que producen las rupturas en el concreto solo, motivo por el cual puede trabajar a la flexion.

El hecho de que se haya encontrado que los coeficientes de elasticidad i los esfuerzos de traccion i compresion que pueden soportar el concreto i el fierro, sean diferentes, ha inducido a formar la teoria exacta del cálculo del concreto armado, basada en la observacion i en la esperiencia. Hoy día el concreto armado tiene su cálculo propio i suficientemente exacto.

La historia de la corta vida de este moderno material de construccion, nos presenta el concreto armado como el material ideal.

Recibió su bautismo de lucha en el gran terremoto de San Francisco; toda construccion de concreto armado quedó en pie i en perfecto estado de solidez.

El volcamiento de edificios de gran altura, a causa de fallar la resistencia del suelo i sin que el edificio haya recibido ni una sola trizadura i a pesar de experimentar grandes esfuerzos no previstos, ha demostrado que una construccion de concreto armado forma un solo sistema, un solo monolito.

Los edificios de concreto armado han demostrado ser el mejor seguro contra incendio, resisten admirablemente a la accion del fuego sin sufrir deformaciones.

En el Cairo se hicieron esperiencias térmicas con losas Monier, sometiendo a temperatura de 1,000 grados i no sufrieron deformaciones de consideracion.

A pesar de lo bien definido que se encuentra este material, todavia en nuestro país, centro de temblores i de incendios, no se le da toda la importancia que le corresponde i se llega aun a dudar de su solidez i se le tiene miedo.

El bulgo lanza a cada paso como prueba de fracaso del concreto armado, la catastrofe de la Casa Pra.

Este edificio, como se recordará, era de esqueleto de fierro laminado, el cual debia resistir todo el peso de la construccion i tenia ademas tabiques de ladrillos huecos de arcilla que se unian entre si por medio de alambres i se rellenaban los huecos con mortero. Como se ve, esto no tiene ninguna semejanza con el concreto armado. La Casa Pra era sólo un edificio de armazon de fierro mal calculado.

Sin embargo, no han faltado constructores audaces que han construido edificios i obras que pueden ser solo semejante en el sistema pero no en el cálculo a los de concreto armado.

Me es fácil entonces notar graves errores en estos edificios; como ser:

Muro de fuerte espesor, 40 a 50 centímetros con la armadura de resistencia colocada en el eje del muro.

Pilares de 1 m² de seccion con las armaduras colocadas sin ningun orden, unos cerca del centro, otros en el perimetro, para soportar pesos insignificantes.

Pilares de poca seccion con un reducido número de armaduras trasversales.

Vigas con las horquillas i dobladuras de las barras para resistir el momento de encastramiento, colocados sin ninguna base científica.

No es difícil ver que el mismo concreto que emplean en los muros de fuerte espesor lo emplean tambien en los de débil espesor. No es conveniente admitir en los

muros de débil espesor grava o piedra de mas 6 milímetros de diámetro i en los de grueso espesor de mas de 25 milímetros de diámetro.

Por consiguiente, no es temerario afirmar que las pocas construcciones de concreto armado o que tienen sólo semejanza con este sistema, no han sido proyectadas ni construidos por técnicos preparados, sino por constructores aficionados. No es difícil ver en algunos pueblos del Sur, construcciones de este sistema, mejor calculadas i mejor ideadas que las que se construyen en nuestra capital. La razon de esto está en que aquellos edificios han sido proyectados por especialistas i por profesionales titulados traídos especialmente de afuera.

Para darle garantía a las construcciones de concreto armado no hai mas que hacer lo que se ha reglamentado en otros países adelantados:

- 1.º Someter estas clases de construcciones a un Pliego de Condiciones.
- 2.º A la vijilancia Municipal.
- 3.º Que sean inspeccionados por el arquitecto o ingeniero autor del proyecto.

Método de cálculo para los muros de sostenimientos de concreto armado

CONSIDERACIONES JENERALES

Tratar de calcular con exactitud el empuje de las tierras sobre un muro, es un problema que, ademas de quitar mucho tiempo a los ingenieros, no presenta soluciones suficientemente exactas.

La hipótesis de Coulomb sobre el «prisma de máximo empuje», a la cual Poncelet le dió una solución gráfica sencilla, empezó a perder su mérito despues de los trabajos de Rankine i Maurice Levy, que estudiaron el equilibrio de un macizo pulverulento limitado por una superficie plana.

Mas tarde, M. Bonssinesq resolvió para una infinidad de casos particulares, el problema del equilibrio del macizo pulverulento limitado por un muro i formó sus tablas para calcular el empuje de las tierras.

Por último, M. Resal, estudiando el problema mas a fondo, demostró la falsedad de los métodos gráficos de cálculo, basados en el «prisma de máximo empuje» i estubo que estaban en contradicción con la teoría i la experiencia i formó tambien sus tablas para calcular el empuje de las tierras sobre los muros.

Tomando en cuenta las observaciones anteriores, hemos creído oportuno adoptar para nuestro estudio las fórmulas del profesor Espitalier para el caso que el plano superior de las tierras sea horizontal i el muro vertical i no exista sobre carga:

$$\text{Presion oblicua..... } s = 180 H^2$$

$$\text{Presion horizontal..... } Q = 150 H^2$$

Si el problema en la práctica se presenta en otras condiciones, se podrian calcular los empujes con las tablas de M. Resal.

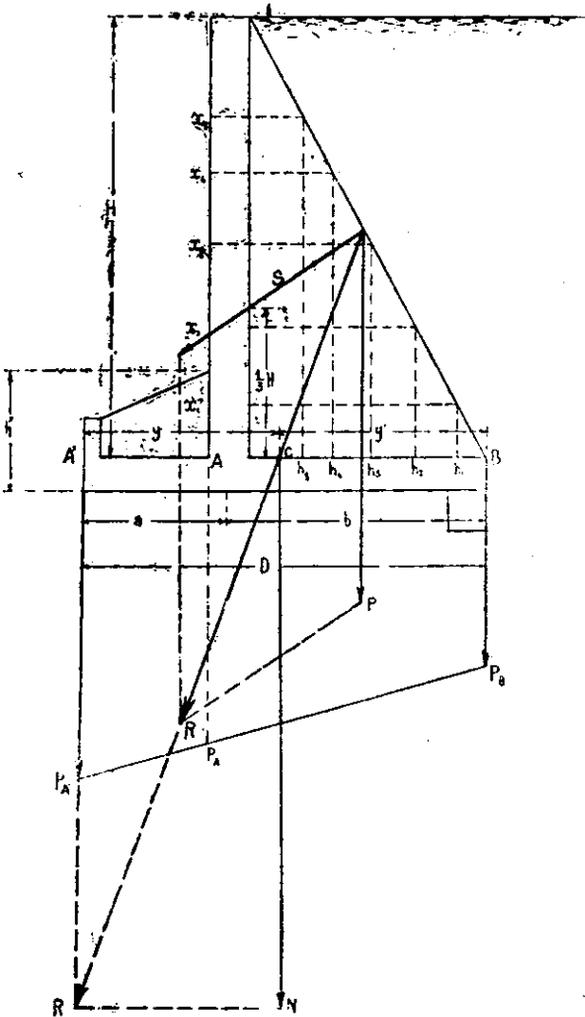
En un muro de sostenimiento de concreto armado habrá que calcular:

- 1.º La loza vertical;
- 2.º La loza inferior de atras;
- 3.º La loza inferior de adelante;
- 4.º Los contrafuertes.

Cálculo de la loza vertical

Presion en un punto cualquiera de la loza vertical.

La presion horizontal Q es la resultante de todas las presiones elementales que obran en todos los puntos de la loza vertical. Teniendo esta presion un valor máxi-



mo en la base i un valor cero en la cresta del muro, estas presiones seguirán la lei del triangulo. Si llamamos p_b la presion en la base del muro i H la altura del muro, presion resultante horizontal será:

$$Q = \frac{1}{2} p_b H = 150 H^2$$

$$p_b = 2 \frac{Q}{R} = \frac{2 \times 150 \cdot H^2}{H} = 300 H$$

La presión p_x a una altura x de la base del muro será:

$$\frac{p_x}{p_b} = \frac{H-x}{H}$$

$$p_x = p_b \frac{H-x}{H} = 300(H-x)$$

El cálculo de loza se hará por zonas⁴ en toda su altura. Cada trozo de loza culará con el valor que tenga el empuje en la base de cada zona.

La loza se considera como semi-encastada en los contrafuertes.

La distancia entre los ejes de contrafuertes no será mayor de 2,50 metros.

Los empujes tendrán los siguientes valores:

$$\begin{aligned} p_b &= 300 H \\ p_{x1} &= 300 (H - x_1) \\ p_{x2} &= 300 (H - x_2) \end{aligned}$$

Los momentos serán:

$$\begin{aligned} M_b &= \frac{p_b L^2}{10} = \frac{300 H L^2}{10} = 30 H L^2 \\ M_{x1} &= \frac{p_{x1} L^2}{10} = 300 (H - x_1) L^2 = 30 (H - x_1) L^2 \\ M_{x2} &= \frac{p_{x2} L^2}{10} = 30 (H - x_2) L^2 \end{aligned}$$

Los espesores de la loza serán los siguientes:

Taza de trabajo del concreto.....	40 K/cm ²
» » » » fierro.....	1 000 »

$$(h-a)_b = 0,390 \sqrt{\frac{30 H L^2}{x_1}}$$

$$(h-a)_{x1} = 0,390 \sqrt{\frac{30 (H - x_1) L^2}{x_2 - x_1}}$$

$$(h-a)_{x2} = 0,390 \sqrt{\frac{30 (H - x_2) L^2}{x_3 - x_2}}$$

La seccion total de fierro será en cada zona

$$f_b = 0,00293 \sqrt{30 H L^2 \cdot X_1}$$

$$f_{x_1} = 0,00293 \sqrt{30 (H - X_1) L^2 \cdot (X_2 - X_1)}$$

$$f_{x_2} = 0,00293 \sqrt{30 (H - X_2) L^2 \cdot (X_3 - X_2)}$$

Esfuerzos de corte en las diferentes zonas:

$$T_b = \frac{p_b L}{2} = \frac{300 H L}{3} = 150 H L$$

$$T_{x_1} = p_{x_1} L = 150 (H - X_1) L$$

$$T_{x_2} = 150 (H - X_2) L.$$

Eje neutro:

$$Y_b = 0,375 (h - a)_b$$

$$Y_{x_1} = 0,375 (h - a)_{x_1}$$

$$Y_{x_2} = 0,375 (h - a)_{x_2}$$

Cizalle longitudinal:

$$T_b^o = \frac{150 H L}{x_b \left((h - a)_b - \frac{Y_b}{3} \right)}$$

$$T_{x_1}^o = \frac{150 (H - X_1) L}{(x_2 - x_1) \left((h - a)_{x_1} - \frac{Y_{x_1}}{3} \right)}$$

Adherencia:

$$T^1_b = \frac{x_1 \cdot T^o_b}{u_1}$$

$$T^1_{x_1} = \frac{(x_2 - x_1) T^o_{x_1}}{u_2}$$

$$T^1_{x_2} = \frac{(x_3 - x_2) T^o_{x_2}}{u_3}$$

Horquillas.—La rejion de la loza en que las tazas al cizalle son mayores que **4,5 K/cm²** i en la que será necesario proyectar horquillas, será:

$$C_b = \frac{T^o_b - 4,5}{T_b} \cdot \frac{L}{2}$$

$$C_{x_1} = \frac{T^o_{x_1} - 4,5}{T_{x_1}} \cdot \frac{L}{2}$$

$$C_{x_2} = \frac{T^o_{x_2} - 4,5}{T_{x_2}} \cdot \frac{L}{2}$$

La soccion total de las horquillas se obtiene por:

$$f^c_{x_0} = 6,3 C_b \cdot x_1 (T^o_{x_1} - 4,5)$$

$$f^c_{x_1} = 6,3 C_{x_1} (x_2 - x_1) (T^o_{x_1} - 4,5)$$

$$f^c_{x_2} = 6,3 C_{x_2} (x_3 - x_2) (T^o_{x_1} - 4,5)$$

Número de horquillas:

$$N_b = \frac{f^c_b}{w}$$

$$N_{x_1} = \frac{f^c_{x_1}}{w}$$

$$N_{x_2} = \frac{f^c_{x_2}}{w}$$

Para contrarrestar el momento negativo, las barras de la loza se doblarán en número suficiente, a partir de los contrafuertes en una distancia = 0,211 L. A esta distancia el momento es = 0 i pasa a cambiar de signo.

Cálculo de la loza inferior

Longitud mínima de la loza inferior.

Esta longitud resulta de las condiciones de resistencia del terreno.

Sea D la longitud de la loza.

El peso total P i por m · l de obra estará formado:

- 1.º Peso de loza inferior.
- 2.º Peso de las tierras sobre la loza inferior interior.
- 3.º Un peso proporcional de contrafuertes.
- 4.º Peso de la loza vertical.

$$D = \frac{P}{10\,000 \cdot \text{tasa del terreno}} = \text{metros}$$

Longitud de la loza inferior interior.

Esta longitud depende de el peso de tierra que tendrá que soportar para impedir el deslizamiento del muro. La ecuacion de equilibrio será:

$$Q \cdot \frac{1}{3} H = 1\,200 b \times H$$

$$\text{o bien } 150 H^2 \cdot \frac{1}{3} H = 1\,200 b H$$

$$b = \frac{150 H^2}{3 \cdot 1\,200}$$

Para obtener una mayor seguridad contra el deslizamiento conviene proyectar un nervio en la estremidad de la loza interior.

Cálculo de la loza interior

Se considera esta loza como semi encastrada en todo su perímetro.

$$p = 1\ 200\ H$$

Momento máximo:

$$M = \frac{l}{1 + 2 \frac{b^4}{l^4}} \cdot \frac{p\ b^2}{10}$$

Espesor del concreto.

$$h - a = 0,39 \sqrt{\frac{M}{100}}$$

Barras de resistencia transversales.

$$f_c = 0,0029 \sqrt{M \cdot 100}$$

Barras longitudinales.

$$f'_c = \frac{b}{l} \cdot f_c$$

Se calculará además el cizalle, la adherencia i las horquillas. Longitud de la loza inferior interior.

Esta longitud conviene fijarla exactamente para tener alejado el centro de presión de la resultante de la arista exterior de volcamiento.

Determinado el valor del empuje oblicuo de las tierras i su posición i dirección, así como también la posición de la resultante P de los pesos verticales i, construyendo en seguida el paralelogramo de estas fuerzas, podemos obtener el valor de la resultante i su punto de presión C. Si trasportamos esta resultante a C, i la descomponemos en dos fuerzas, una según la dirección horizontal A'C i la otra según la normal en C, la primera representará el esfuerzo total de deslizamiento i la segunda la presión total escéntrica sobre el suelo.

Esta presión normal es la resultante de todas las presiones elementales que obran sobre la loza inferior A'A i siguen la «lei del trapecio».

La presión máxima en las aristas extremas será:

$$P_A = \frac{2\ N}{D^2} (2D - 3y)$$

$$p_B = \frac{2 N}{D^2} (3 y - D)$$

Construyendo el trapecio, determinaremos el valor de la presión p_A en A. Se calculará la loza exterior con la siguiente presión media:

$$p_m = \frac{p_{A'} + p_A}{2}$$

Si a p_A lo hacemos igual a 11 000 K/m² podremos determinar aproximadamente el valor de y .

$$11\,000 = \frac{2 N}{D^2} (D - 3 y)$$

$$y = \frac{4 D N - 11\,000 D^2}{6 N}$$

conociendo Y , será fácil determinar la longitud $A A'$ de la loza exterior.

Cálculo de la loza exterior

Para el cálculo, la suponemos proyectada con un nervio exterior en su extremidad i pequeños contrafuertes que se corresponden con los contrafuertes interiores.

Peso propio de la loza p m l	=	p'
Presión de las tierras	=	p_m
Peso total por m l	=	$p_m - p'$

Momento máximo:

$$M = \frac{1}{1 + 2 \frac{a^4}{L^4}} \cdot \frac{p a^2}{10}$$

Se calculará, en seguida, el espesor del concreto, el número de barras, cizalle, adherencia, etc, por las fórmulas que ya hemos empleado del Pliego de Condiciones.

Cálculos de las consolas exteriores o contrafuertes

La loza exterior trasmite su reacción al nervio exterior i éste, a su vez, sobre los contrafuertes.

Reacción por m l sobre el nervio exterior de la loza:

$$p_n = \frac{p_m \cdot a}{1}$$

Momento:

$$M_n = \frac{p_n L^2}{10}$$

Reaccion del nervio sobre la consola:

$$R_c = \frac{p_n L}{2}$$

Reaccion total sobre la consola:

$$R_t = 2 R_c$$

Momento máximo en la consola:

$$M_c = 2 R_c \cdot a = R_t \cdot a$$

La altura del contrafuerte debe ser igual a la profundidad de la fundacion.
Esfuerzo máximo de compresion en la arista superior de la consola:

$$F' = \frac{M_c}{\frac{7}{8}(h' - a')}$$

Seccion del fierro comprimido:

$$w = \frac{F'}{12} = \text{mm}$$

Contrafuertes interiores

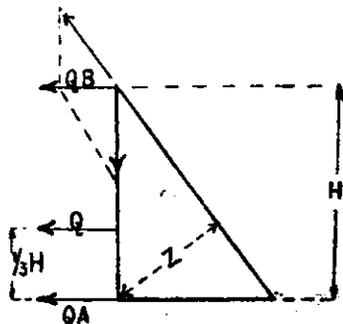
Como el largo en su base de estos contrafuertes tiene que ser el mismo de la loza inferior interior, no habrá necesidad de calcular la altura de la viga T en su base encastrada en la loza inferior i el cálculo quedará sólo reducido a las armaduras.

Reacciones de la loza vertical sobre los contrafuertes.—En las diferentes zonas tendrá los siguientes valores.

$$R_b = \frac{Q_b L}{2} = 150 H^2 L$$

$$R_{x_1} = \frac{Q_{x_1} L}{2} = 150 (H - x_1)^2 L$$

$$R_{x_2} = 2 \frac{Q_{x_2} L}{2} = 150 (H - x_2)^2 L$$



Momentos solicitantes

En la base

$$M'_b = 150 H^2 L \cdot \frac{1}{3} H = 50 H^3 L$$

En x_1

$$M'_{x_1} = 150 (H - x_1)^2 L \cdot \frac{1}{3} (H - x_1) = 50 (H - x_1)^3 L$$

En x_2

$$M'_{x_2} = 150 (H - x_2)^2 L \cdot \frac{1}{3} (H - x_2) = 50 (H - x_2)^3 L$$

Cálculo de las armaduras del contrafuerte

(Distribución en cuadros)

Cálculo del tirante de la arista estendida

La resultante Q colocada a $\frac{1}{3}$ de la base se puede descomponer en dos fuerzas Q_A i Q_B inversamente proporcionales a su brazo de palanca.

$$Q_A = \frac{2}{3} Q ; Q_B = \frac{1}{3} Q$$

La primera es absorbida por la resistencia de la loza al deslizamiento i la otra origina una compresion en la loza vertical i una traccion en el tirante.

La tension en el tirante será:

$$T = \frac{Q H}{3 Z} = \frac{150 H^3}{3 Z}$$

Seccion del fierro:

$$f_e = \frac{T}{1000} \text{ cm}^2$$

Cálculos de las armaduras verticales

Eje neutro del contrafuerte en sus diferentes zonas.

Admitiendo la hipótesis de Navier i Hookes.

$$\frac{\delta_b}{E_b} : x = \frac{\delta_c}{E'_c} : ((h - a) - x)$$

$$x = \frac{m (h - a) \delta_b}{\delta_c + m \delta_b} = \frac{3}{8} h$$

Brazo de palanca

$$Y = (h - a) - \frac{1}{3} x = \frac{7}{8} (h - a)$$

La longitud del contrafuerte en las diferentes zonas la llamaremos h_b , h_1 , h_2 , etc., i los brazos de palanca y_b , y_1 , y_2 , etc.

Tendremos:

$$y_b = \frac{7}{8} (h_b - 3)$$

$$y_1 = \frac{7}{8} (h_1 - 3)$$

$$y_2 = \frac{7}{8} (h_2 - 3)$$

En cada zona el momento resistente debe equilibrar al momento solicitante.

Llamaremos w_b , w_1 , w_2 , etc., la seccion total de fierro en cada zona:

$$\begin{aligned} M'_b &= \delta_c w_b y_b + \delta_e w_1 y_1 + \dots \dots \delta_e w_n y_n \\ M'_{x_1} &= \delta_e w_1 y_1 + \delta_e w_2 y_2 + \dots \dots \delta_e w_n y_n \\ M'_{x_2} &= \delta_e w_2 y_2 + \delta_e w_3 y_3 + \dots \dots \delta_e w_n y_n \end{aligned}$$

La seccion de fierro en las diferentes secciones del contrafuerte será:

Seccion x_5

$$M'_{x_5} = \delta_e w_5 y_5 \therefore w_5 = \frac{M'_{x_5}}{\delta_e y_5}$$

Seccion x_4

$$M'_{x_4} = \delta_e w_5 y_5 + \delta_c w_4 y_4$$

$$M'_{x_4} - \delta_e w_5 y_5 = \delta_e w_4 y_4$$

$$M'_{x_4} - M'_{x_5} = \delta_e w_4 y_4$$

$$w_4 = \frac{M'_{x_4} - M'_{x_5}}{\delta_e y_4}$$

Seccion x_3

$$M'_{x_3} = \delta_e w_5 y_5 + \delta_e w_4 y_4 + \delta_c w_3 y_3$$

$$M'_{x_3} - \delta_e w_5 y_5 + \delta_e w_4 y_4 = \delta_c w_3 y_3$$

$$M'_{x_3} - (\delta_e w_5 y_5 + \delta_e w_4 y_4) = \delta_e w_3 y_3$$

$$M'_{x_3} - M'_{x_4} = \delta_e w_3 y_3$$

$$w_3 = \frac{M'_{x_3} - M'_{x_4}}{\delta_e y_3}$$

i así en seguida.

De esto se deduce una regla que se puede formular de la manera siguiente:

«La seccion de la última barra considerada es igual a la diferencia de los momentos de la seccion del contrafuerte considerado i de la seccion anterior, dividida por el brazo de palanca i la taza de trabajo de la seccion considerada».

Cálculos de las armaduras horizontales del contrafuerte

Estas armaduras tienen por objeto resistir a los esfuerzos de corte, impidiendo el cizalle longitudinal i reforzando la union de las lozas verticales con los contrafuertes.

Esfuerzo de corte en el contrafuerte:

$$T'_b = 300 HL$$

$$T'_{x1} = 300 (H - x_1) L$$

$$T'_{x2} = 300 (H - x_2) L$$

Si consideramos en el contrafuerte tres grupos de armaduras horizontales i a la distancia K uno de otro, el grupo del medio estará sometido a un esfuerzo de traccion debido al esfuerzo de corte en el trozo considerado i de cizalle trasversal debido al mismo esfuerzo de corte.

Como la resistencia al cizalle es mas débil que la resistencia a la traccion, se acostumbra calcular estas barras con la taza de trabajo al cizalle.

Como estas barras tienen mas o ménos la misma longitud que el brazo de palanca, el esfuerzo medio que soportará el grupo considerado será:

$$\frac{T'_x K}{h}$$

La resistencia opuesta por las barras a este esfuerzo será:

$$T_1 = \text{tasa al cizalle}$$

$$W_1 = \text{seccion de fierro}$$

La seccion de equilibrio será:

$$\frac{T'_x K}{h} = T_1 u'$$

La distancia entre los grupos horizontales será:

$$K = \frac{T_1 w' h}{T'_x}$$

Para los diferentes trozos de contrafuertes tendremos:

$$K_b = \frac{8 w'_h h_b}{T'_b}$$

$$K_{x1} = \frac{8 w'_{x1} h_1}{T'_{x1}}$$

$$K_{x2} = \frac{8 w'_{x2} h_2}{T'_{x2}}$$