

## Algunas observaciones acerca de las críticas hechas a los trabajos del Departamento de la Carta Militar del Estado Mayor Jeneral

POR

FÉLIX DEINERT

---

En la última sesión del Instituto del 27 de Octubre he manifestado el propósito de hacer algunas observaciones acerca de las críticas hechas a los trabajos del Departamento de la Carta por el señor don Ernesto Greve.

Al respecto, me parece indispensable establecer primero las materias sobre las cuales deben versar estas críticas. Es inútil discurrir sobre trabajos que no tienen un carácter definitivo todavía.

Llamo definitivos los trabajos que se han presentado para su comprobación al Instituto Geodésico Alemán. De estos hai dos:

- 1) La Medición de la Base i
- 2) La Red de la Base.

Acercas de la primera llegó un informe muy favorable por parte del Director del citado Instituto que dice así:

«El señor coronel Deinert ha dado en los números 13 a 15 del *Zeitschrift für Vermessungswesen* (revista científica sobre levantamientos), un exposición detallada de la medición de la base geodésica Chinigüe, San Francisco El Monte ejecutada por él, la que, he sometido a un examen minucioso.

La medición se funda sobre un nuevo método de determinar la influencia tan esencial de la temperatura en el uso de las huinchas metálicas. El procedimiento es ingeniosamente imaginado i bien elaborado, como en jeneral todo el trabajo en sentido teórico i práctico da testimonio de una gran conciencia. La coincidencia de los resultados de diferentes mediciones de la base es excelente i tan buena como en el empleo de aparatos i métodos mucho mas costosos. Es cierto que el nuevo método está

como todos los antiguos en la misma condicion de que ciertas influencias perjudiciales inevitables alteran la verdadera exactitud.

Sin embargo, despues de examinar todas estas influencias, creo deber juzgar el resultado igualmente utilizable, como si se hubiera empleado el conocido aparato Bessel. En todo caso tiene el señor Coronel Deinert el mérito de haber creado para el levantamiento de la Carta de Chile, de una manera sencilla, una base suficiente para la determinacion de la medicion de las lonjitudes.—El director del Real Instituto Jeodésico Prusiano i Oficina Central de la Asociacion Jeodésica Internacional.—(Firmado).—Profesor doctor Helmert, consejero del Gobierno Imperial».

De este trabajo voi a hablar en otra ocasion, hoi me refiero únicamente a la medicion de los ángulos.

El segundo trabajo que trata del cálculo de la Red de la Base Jeodésica i determinación del lado Cementerio—Calera con los errores medios correspondientes, ha sido revisado en el Instituto Jeodésico i llegó ultimamente con las anotaciones necesarias. Con escepcion de un pequeño desacuerdo en la estacion de Punta Alta que no altera en nada el resultado final, ha sido encontrado conforme a nuestros cálculos.

Tengo aquí la memoria en referencia i me ofrezco para dar todos los detalles esplicativos a los señores interesados.

Ya, en una conferencia anterior, habia espuesto un procedimiento que usamos para el refinamiento de nuestras mediciones.

Consiste éste en determinar en cada observacion por el nivel, la no-verticalidad del eje principal i calcular la correccion correspondiente producida por este error al ángulo horizontal.

Me he dado el trabajo de calcular el error medio en cada estacion de la Red de la Base sin este procedimiento i con él.

Doi aqui los valores:

Sin considerar el nivel:	Con el nivel:
Cementerio: $\pm 0,48''$	$\pm 0,30''$
Calera: $\gg 0,33''$	$\gg 0,30''$
Señal I: $\gg 0,88''$	$\gg 0,42''$
Señal III: $\gg 3,29''$	$\gg 1,37''$
Punta Alta: $\gg 1,99''$	$\gg 1,16''$
Poca Pena: $\gg 1,00''$	$\gg 0,28''$

Estos son los errores medios que se refieren a un ángulo. Unidad de peso en las estaciones Cementerio, Calera, Señal I i Señal III, 8 mediciones, en las estaciones Punta Alta i Poca Pena eran 4 mediciones.

Los errores medios de las direcciones en las diferentes estaciones son los siguientes:

Cementerio:		Calera:	
Sin nivel	Con nivel	Sin nivel	Con nivel
$m_1 = \pm 0,32''$	$\pm 0,20''$	$m_1 = 0,10''$	$0,09''$
$m_2 = \gg 0,14''$	$\gg 0,09''$	$m_2 = 0,22''$	$0,20''$
$m_3 = \gg 0,14''$	$\gg 0,09''$	$m_3 = 0,10''$	$0,09''$

SEÑAL I		SEÑAL III	
Sin nivel	Con nivel	Sin nivel	Con nivel
$m_1 = \pm 0,56''$	$\pm 0,27''$	$m_1 = \pm 1,90''$	$\pm 0,79''$
$m_2 = \gg 0,38''$	$\gg 0,18''$	$m_2 = \gg 1,90''$	$\gg 0,79''$
$m_3 = \gg 0,38''$	$\gg 0,18''$	$m_3 = \gg 1,90''$	$\gg 0,79''$

PUNTA ALTA		POCA PENA	
Sin nivel	Con nivel	Sin nivel	Con nivel
$m_1 = \pm 0,81''$	$\pm 0,47''$	$m_1 = \pm 0,27''$	$\pm 0,076''$
$m_2 = \gg 0,81''$	$\gg 0,47''$	$m_2 = \gg 0,38''$	$\gg 0,110''$
$m_3 = \gg 0,81''$	$\gg 0,47''$	$m_3 = \gg 0,32''$	$\gg 0,090''$
$m_4 = \gg 0,57''$	$\gg 0,33''$	$m_4 = \gg 0,27''$	$\gg 0,076''$
$m_5 = \gg 0,81''$	$\gg 0,47''$	$m_5 = \gg 0,32''$	$\gg 0,090''$

Para llegar a una conclusion final, tomamos el conjunto de las estaciones:  $p=1$  para 4 mediciones.

SIN NIVEL		CON NIVEL	
	$r$		$r$
Cementerio.....	1 0,46''	1	0,18''
Calera.....	1 0,22''	1	0,18''
Señal I.....	1 1,53''	1	0,36''
Señal III.....	1 21,60''	1	3,72''
Punta Alta.....	6 23,79''	6	8,15''
Poca Pena.....	6 6,03''	6	0,45''

$$[r] = 16 \ 53,63'' = [p \ v \ v] \qquad [r] = 16 \ 13,04'' = [p \ v \ v]$$

El error medio sale entonces en el primer caso

$$m_1 = \sqrt{\frac{53,63}{16}} = \sqrt{3,36} = \pm 1,83''$$

i para una sola medicion de un ángulo

$$m_1 = \sqrt{\frac{53,63 : 4}{16}} = \sqrt{13,41} = \pm 3,66''$$

i en el segundo caso

$$m_2 = \sqrt{\frac{13,04}{16}} = \sqrt{0,815} = \pm 0,90''$$

i para una sola medicion del ángulo

$$m_3 = \sqrt{\frac{13,04 : 4}{16}} = \sqrt{3,26} = \pm 1,80''$$

Comparamos los valores de estos errores medios resulta que sin uso del nivel hemos obtenido un error medio de 1,83'' para 4 mediciones i con uso del nivel

$$\pm 0,90''$$

Se ve, pues, que el error medio ha mejorado mas de 50%.

Con los valores compensados en las estaciones entramos ahora en el cálculo de compensacion de la Red de la Base.

Distinguimos dos clases de ecuaciones en este cálculo:

- 1) Ecuaciones de ángulos que se refieren al cierre de los triángulos o polígonos; i
- 2) Ecuaciones de los lados que se refieren a la comprobacion del cálculo de estos.

Tenemos 6 de los primeros i 2 de los segundos.

El cierre de los triángulos es:

0,68''  
0,41''  
0,81''  
0,02''  
0,89''  
1,52''

El error medio final de una direccion importa 0,48''. Este error medio se refiere a 8 repeticiones de la medicion de cada ángulo.

Acerca de ese error medio, el señor Greve ha hecho una interesante observacion.

Dice el señor Greve en el número 10 de los Anales del Instituto de Injenieros del presente año en la página 460 lo siguiente:

«El señor Mayor Medina, al publicar en la página 8 de su «Monografía» (1908) algunos datos, manifiesta que el error medio alcanzado para un ángulo de la red de base es  $\pm 0,68''$  i que, para la red jeneral *no se le ha determinado*.

Hai varios modos de calcular el error medio de un ángulo en una red i sus resultados son de mérito mui diverso, ya sea que se trate de valores obtenidos por los distintos caminos que se siguen al estudiar los resultados de las mediciones angulares de la estacion, bajo diversos aspectos, o simplemente, se deduzca el error medio de los cierres de los triángulos o de la compensacion jeneral.

El lector puede convencerse de nuestro aserto consultando las memorias de los países que emplean el método de Schreiber i que han publicado las mediciones angulares de primer orden, al ménos en parte, como ser: Prusia, Holanda e Italia; Francia, Brasil i nuestra oficina de Mensura de Tierras, emplean, como el Estado Mayor de Chile, el mismo método. Así, en la memoria prusiana: Die Koeniglich Preussische Landes-Triangulation-Sechster Theil, páginas 24, 26, 37 etc. i en la holandesa: Triangulation de Royaume des Pays-Bas, tomo I, páginas 5, 8, 18 etc. se dan valores bastantes variados para las mismas estaciones.

No es, pues, de estrañar que todos los jeodestas *indiquen, al lado de los valores de la precision obtenida, el modo como ellos se han deducido* pues, si no se hace esto, son simples datos *sin valor alguno* i que segun su deducccion, *pueden variar del simple al doble*. La unidad de peso se ha tomado tambien en forma mui variada, como puede verse en las memorias de Ferrero (Rapportsur les triangulations) ya sea la simple o la doble medicion de un ángulo etc. pero cada vez se lo especifica claramente.

Pues bien, del dato proporcionado por el señor Medina, en la página 8 de su «Monografía», o sea  $\pm 0,68''$  como error medio de un ángulo de la red de base, se obtiene  $0,68: \sqrt{2} = 0,48''$  para el error medio de una direccion.

Sin embargo, en la nota 316, del Jefe del Estado Mayor, i de fecha 29 de Marzo del presente año, se dice que en la red de la base se obtuvo un error medio de  $\pm 0,482''$  para una direccion, pero tomando como unidad de peso *ocho repeticiones de la medida de un ángulo*, es decir, que en la «Monografía» se silenciaba esta importante circunstancia (5).

Se ve, pues, que el valor que debia haber dado el señor Medina, ya que no hacia mencion de lo referente al peso, debia haber sido no  $0,68$  sino  $0,68 \times \sqrt{8}$  o sea:  $1,92''$ .

Aquí no estoi nada de acuerdo con el señor Greve.

El error medio de una direccion es  $0,48''$  i el de ángulo  $0,68$  i no  $1,92''$ .

El error medio de  $0,48$  sale del cierre de los triángulos i del cierre de los lados i se determina por la fórmula  $m = \sqrt{\frac{[p \ v \ v]}{r}}$  en que  $[p \ v \ v]$  es la suma de los cuadrados de las correcciones multiplicadas por su peso i  $r$  el número de las ecuaciones de condicion. En nuestro caso tenemos

$$m = \sqrt{\frac{1,854}{8}} = \sqrt{0,232} = \pm 0,48''$$

Este error medio que realmente hemos obtenido con ocho mediciones de un ángulo.

Multiplicando este valor por  $\sqrt{8}$  como lo encuentra necesario el señor Greve, tendríamos el error medio que hubieramos obtenido midiendo cada ángulo una sola vez.

Pero, según la teoría del conferencista, si, por desgracia, por ejemplo hubieramos medido cada ángulo 64 veces, debíamos multiplicar el error medio por  $\sqrt{64} = 8$  i tendríamos entonces  $m = \pm 3,84''$ .

Sale pues el error medio una visual en  $\pm 0,48''$  i no es mucho, me parece, la exajeracion que hice en el folleto de 1906 en que afirmé que el error medio de una visual va a reducirse a  $0,40''$ .

En cuanto al trabajo del señor Obrecht se caracteriza éste desde el principio por la nota del autor como un trabajo *no definitivo*.

Dice la nota:

«Los ángulos que figuran en los cuadros de las páginas 6 a 23 estan sometidos actualmente a una revision jeneral i se calculan las correcciones debidas a la inclinacion del eje del teodolito.

Se han adoptado, para la antigua *Red de Melipilla*, los datos obtenidos últimamente con los aparatos actualmente en uso, pero no se han alcanzado a tomar en cuenta los nuevos ángulos observados últimamente en la estacion *Chache*.

Por lo tanto, es posible que los ángulos adoptados en esta Memoria tengan pequeños cambios.

En esta emergencia se han dado los coeficientes de las fórmulas diferenciales que permiten tomar en cuenta esos cambios posibles, sin necesidad de repetir los cálculos primitivos».

Cuando supe que el señor Obrecht estaba haciendo este trabajo, le hice presente que, en los datos que tenia, faltaban todavia todas las correcciones que, por falta de tiempo, no habia podido hacer a causa de los muchos trabajos corrientes que habia i que, ademas, varias estaciones en que habian grandes diferencias en las mediciones se habian repetido. Pero, el señor Obrecht me dijo que, el trabajo estaba ya mui avanzado i que tambien se habia ya impreso una parte del folleto.

Para no perder el trabajo hizo el señor Obrecht la referida advertencia i se continuó la impresion del folleto con los datos que tenian a la mano.

He tratado con tanta insistencia el asunto de la correccion por los niveles para demostrar que este procedimiento es susceptible de aumentar mucho la exactitud, i como en la Red de la Base resultó este aumento de 50 por ciento, hai motivos fundados para creer que, la exactitud de la Red Central debe crecer tambien considerablemente.

Ademas, en el caso que una estacion resultara con grandes diferencias, hoy dia daria la órden para que se repita la medicion.

Pero, por ningun motivo, admitiria que se presente al Instituto Jeodésico un trabajo que no satisfaga a todas las exigencias impuestas por la Asociacion Jeodésica Internacional.

Por este motivo, hai que tener, por el momento, un poco de paciencia hasta que se hayan hecho las reducciones indicadas i escluir esta materia de la discusion hasta que presentemos este trabajo. No hai que esperar hasta que sea impreso sino hasta cuando tengamos listos los calculos i entónces avisaré a los señores Risopatron i Greve.

Mientras tanto podemos estudiar un poco la triangulacion secundaria directamente afectada por la primera, para formarnos un juicio provisorio de ésta:

El señor Capitan Villalon va a tener la amabilidad de leer lo referente a esta triangulacion.

La triangulacion secundaria fija puntos trigonométricos de segundo, de tercero i cuarto órden.

Para los puntos de segundo órden, se elije en lo posible, uno en el centro de un triángulo de primer órden i se determina éste no solamente por las visuales desde los puntos de primer órden sino tambien en el mismo punto hácia todos los que esten visibles de la triangulacion principal. A este punto se trata como a uno de primer órden, es decir, se construye en él una pirámide de piedra a semejanza de las de los puntos de primer órden.

Los puntos de tercer órden se determinan tambien por visuales hacia adelante i hácia atrás i llamamos así a todos los puntos con observaciones sobrantes, es decir, a los que dan lugar a una compensacion basada en el método de los cuadrados menores.

Los puntos que tienen solamente las observaciones estrictamente necesarias llamamos puntos de cuarto órden.

Todas las visuales se hacen por cinco jiros con antejo derecho e invertido en toda la triangulacion secundaria cualquiera que sea la categoría del punto

Se sabe que en Alemania los puntos de segundo órden se determinan por seis jiros, los puntos de tercer órden por tres; pero, los puntos de diferentes órdenes se ejecutan tambien por diferentes comisiones, mientras que aquí, la triangulacion secundaria se ejecuta íntegra por la comision correspondiente.

Usamos segun la manera como se ha determinado el punto tres distintos formularios.

1) Problema jeneral que se refiere a los puntos que se han determinado por visuales hácia adelante i hacia atras, es decir, por observaciones hechas desde los puntos conocidos i el punto que debe determinarse.

2) Determinacion de un punto por visuales hácia adelante (por lo ménos 3 para puntos de tercer órden).

3) Determinacion de un punto por visuales hacia atras (por lo ménos 4 para puntos de tercer órden).

Segun el reglamento aleman, las mayores diferencias entre los jiros de 2.º orden no deben pasar de ocho segundos.

Teniendo en vista que nuestra triangulacion secundaria abarca tambien los puntos de tercer i cuarto orden, las oscilaciones pueden ser algo mas grandes. Sin embargo; raras veces pasa esta cantidad de 12 segundos, como se puede ver en las listas.

*Término medio de las mayores diferencias en las distintas estaciones:*

Ceniza	: 8,48"	Guanaco	: 9,66"
Higuera	: 8,80"	Asta	: 8,67"
Cobre:	: 10,25"	Alto	: 6,96"
Piedra del Gaucho	: 13,25"	Ternera	: 6,25"
Caquis	: 9,62"	Maitencillo	: 7,37"
Chache	: 7,90"	Cerro Colorado	: 7,83"
Cortadera	: 11,18"	Pulmahue	: 7,24"
Ladera	: 10,21"	Tapado	: 8,33"
Horqueta	: 12,16"	Pozas	: 6,64"
Los Pozos	: 11,22"	Leones	: 8,43"

Pero, por el cálculo de compensacion de cada punto, tenemos un medio mucho mas eficaz para formarnos un juicio sobre la exactitud. Calculamos en cada punto.

- 1) El error medio de una visual en segundos.
- 2) El error medio cometido sobre la determinacion de la abscisa x en dm.
- 3) El error medio de la ordenada i en dm.

Estos errores medios son los siguientes:

Puntos	Error Medio de una Visual	Error Medio de la Ordenada i	Error Medio de la Abscisa x
Los Pozos	± 1,50"	± 0,81 dm.	± 0,64 dm.
Alto	> 2,42"	> 2,62	> 2,21
Asta	> 4,61"	> 1,97	> 2,41
Guanaco	> 3,24"	> 0,12	> 0,09
Ladera	> 3,52"	> 1,26	> 2,00
Higuera	> 3,40"	> 0,14	> 0,56
Ceniza	> 3,33"	> 2,07	> 0,82
Tapado	> 0,78"	> 0,08	> 0,11
Cortadera	> 2,04"	> 1,58	> 0,73
Leones	> 4,25"	> 2,94	> 3,51
Piedra del Gaucho (Roungue)	> 1,71"	> 0,36	> 0,78
Cerro Colorado	> 6,90"	> 6,90	> 2,72



Los Aspées	»	0,60"	»	0,19	»	»	0,19	»
Colorado (Longotoma)	»	0,59"	»	0,22	»	»	0,27	»
Piedra tajada	»	8,06"	»	5,90	»	»	5,38	»
Manga González	»	0,18"	»	0,06	»	»	0,07	»
Iglesias	»	3,59"	»	1,36	»	»	0,92	»
La Piedra	»	4,54"	»	3,84	»	»	1,12	»
Alfalfa	»	1,77"	»	1,23	»	»	1,88	»
Llaihuint	»	1,34"	»	0,46	»	»	1,35	»
Grupa	»	4,33"	»	1,56	»	»	1,00	»
Cuentas	»	7,39"	»	2,15	»	»	5,90	»
Puntilla	»	3,32"	»	0,81	»	»	0,63	»
Pan de Azúcar	»	5,74"	»	1,80	»	»	3,52	»
Bayas	»	4,49"	»	3,21	»	»	1,37	»
Traro	»	0,00"	»	0,00	»	»	0,00	»
Coligües	»	3,42"	»	2,08	»	»	1,70	»
Talcalan	»	1,19"	»	0,87	»	»	0,68	»
San Francisco	»	6,45"	»	4,26	»	»	2,86	»
Hornillas	»	2,48"	»	1,56	»	»	1,17	»
Mestiza	»	1,20"	»	0,67	»	»	0,50	»

En término medio el error medio en la triangulación secundaria es pues :  $\pm 3,3''$

Como ya habia espuesto anteriormente, la triangulación está influida directamente por la triangulación de primer orden, de modo que el error medio calculado en la triangulación secundaria contiene tambien el error de la triangulación anterior i si estos errores quedan pequeños, debe ser buena la triangulación anterior.

FÉLIX DEINERT