

RESULTADO DE LA DETERMINACION DE LAS COORDENADAS GEOGRÁFICAS DE LA SUIZA OCCIDENTAL 1886-1892

Traducido de *Das Schweizerische Dreiecknetz*, por E. 2.º F.)

Después de las observaciones anteriores, dadas con todos sus detalles, resta todavía su comparación con los valores que resultan de la mensura jeodésica para deducir las desviaciones de la vertical. Pero antes insertaremos algunas breves observaciones sobre el instrumento universal que se emplea desde 1888.

Exámen del círculo horizontal.—No existiendo una disposición auxiliar para el exámen de los errores de división de los círculos, sólo pueden comunicarse los resultados obtenidos con ocasión de las observaciones, resultados que siempre permitirán un juicio sobre la exactitud de la división.

Las medidas del azimut no se han ejecutado en todas las estaciones en igual número, sea por la posición, a veces bastante fuera del centro, ocupada por el observador, sea por circunstancias esternas, principalmente por las condiciones atmosféricas desfavorables i en parte también por la unión jeodésica de las diversas estaciones que no presentan pesos iguales. En la mayor parte de las estaciones se han empleado los mismos puntos de partida del círculo, de manera que su comparación permite deducir una conclusión sobre los errores de división del círculo. Las diferencias entre los azimuts en los diversos puntos de partida presentan los caracteres de errores casuales. En las tres estaciones: Chaumont, Portalban i Berra, el objeto terrestre estaba situado casi en el meridiano, de manera que las lecturas relativas a la señal i a la estrella polar, caen casi sobre las mismas partes del círculo, por lo que para estas estaciones se darán las desviaciones de los azimutes obtenidos con los diversos puntos de partida con respecto al término medio:

Punto de partida	Chaumont	Portalban	Berra
0°	+0",47	-6",02	-0",32
15	—	+2 ,84	+0 ,26
30	-3 ,20	-0 ,81	-0 ,81
45	—	+0 ,04	+0 ,82

Punto de partida	Chaumont	Portalban	Berra
60	-0",46	+0",44	+1",67
75	--	+2 ,12	-0 ,59
90	-0 ,07	-1 ,94	-0 ,19
105	-	+0 ,89	+0 ,62
120	+2 ,33	+1 ,43	-1 ,94
135	-	-0 ,54	-0 ,66
150	+0 ,97	-0 ,04	-0 ,40
165	-	+1 ,63	+1 ,53

En la estacion Portalban era difícil hacer la coincidencia con la señal (cúpula del Observatorio de Neufchâtel). Llamo la atencion la gran desviacion para el punto de partida 0° pero no pareció haber motivo suficiente para eliminar este valor desde que las ocho coincidencias de que ha resultado estaban muy conformes entre sí. Las medidas pueden haber sido alertadas talvez por refracciones laterales. Han sido hechas ántes de amanecer. Despues del otro se hizo, en la misma mañana la serie con el punto de partida 90°, que da un valor menor en 4".

Desde Chaumont se visaba la abertura meridiana boreal del Observatorio. Las mejores coincidencias con el objeto terrestre (una mira) se obtuvieron en Berra, por lo que las diferencias con respecto al término medio, son aquí las menores, aunque se ha hecho menor número de coincidencias que en las otras estaciones.

La distribucion de los errores en las tres estaciones es mas o ménos la misma, sin notarse una marcha regular entre ellas, lo que permite deducir que existen solo pequeños errores de division. Un resultado igualmente favorable dan las mensuras de ángulos i determinacion de direcciones

Errores de division del círculo vertical. — De la comparacion entre las diverjencias de la altura del polo deducida de las distancias cenitales de la estrella polar i de las estrellas australes en diversas partes del círculo, se han deducido los errores periódicos de division, de los cuales no puede separarse sin embargo los errores, por la falta de seguridad de la determinacion de la flexion del antejo, la refraccion i los errores de observacion.

Con todo, la marcha regular en todas las estaciones demuestra que los errores sistémicos superan a los casuales, de manera que no puede dudarse de la realidad de los valores encontrados.

No ha podido comprobarse con seguridad la flexion del antejo, pues los valores obtenidos en las diversas estaciones eran siempre muy pequeños i estaban afectados ya de signo positivo, ya de signo negativo.

De aquí que comunmente no se ha tomado en cuenta esta flexion.

Dada la sólida construccion del instrumento no era tampoco probable una flexion notable en el antejo acodado.

En el cuadro siguiente de los errores de division los signos superiores se refieren a

la estrella polar, i los inferiores a la estrella austral correspondiente, cuya culminacion se verifica próximamente a la misma distancia cenital:

Punto de partida.....	0°	45°	90°	135°
Estacion Berra.....	±1',00	±1",14	∓0",52	∓0",85
Chasseral.....	0,46	1,15	0,57	1,11
Naye.....	0,34	1,73	0,40	0,61
Portalban.....	0,69	1,05	0,70	1,34
Tête-de Rang.....	0,66	0,47	0,79	1,79
Middes.....	0,98	0,99	0,46	1,49
Término medio.....	±0,69	±1,09	∓0,57	∓1,20

En la estacion Tête de Rang se observó tambien con otros cuatro puntos de partida, cuyos errores de division, permiten intercalarse bien entre las cifras anteriores.

Punto de partida.....	22°,5	67°,5	112°,5	157°,5
Errores de division.....	±1",80	±1",28	∓1",80	∓0",84

Para el instrumento universal antiguo se obtiene de la misma manera, de las ocho estaciones observadas con él:

Punto de partida.....	0°	15°	30°	45°	60°	75°
Errores de division.....	±1",50	±1",72	±2",15	±1",34	∓0",22	∓0",53
Punto de partida.....	90°	105°	120°	135°	150°	165°
Errores de division.....	∓0",81	∓1",77	∓2",19	∓2",05	∓0",45	∓0",16

La distribucion de los signos es la misma en ámbos círculos; pero los errores del círculo nuevo, hecho como veinte años mas tarde, son mas pequeños que en el antiguo.

Comparacion de las alturas del polo obtenidas por los dos métodos. — Las alturas del polo se han deducido de la medida de distancias cenitales i de observaciones en el primer vertical. No se han hecho observaciones segun el método Römer-Horrebow-Talcott, aunque el nuevo instrumento posee un micrómetro ocular mui bueno.

Pero falta un nivel adecuado para estas mensuras debiendo usarse el del soporte del microscopio, lo que no da suficiente garantía para obtener las inclinaciones exactas. Algunos ensayos hechos por el señor Messerschitt, en Zurich, dieron buenos resultados, pero mostraban ménos conformidad entre los diversos valores, que la que de otra manera puede obtenerse con telescopios cenitales, debiendo atribuirse la causa de esto, solo al nivel.

En la medida de distancias cenitales no se han aprovechado sino las estrellas del Berliner Astronomische Jahrbuche. Para las observaciones en el primer vertical fuera

de éstas, se ha empleado un cierto número de otras estrellas cuyas posiciones han sido deducidas nuevamente ajustándolas en lo posible al sistema del Catálogo fundamental de la Asociación Astronómica. La seguridad de las posiciones de estrellas así obtenidas en rigor, no es la misma, pero a fin de no proceder caprichosamente, al calcular la altura del polo hubo de darse el mismo peso a todas las estrellas.

La comparación de las alturas del polo obtenidas por los dos métodos da las siguientes diferencias:

Estacion	Año de Observacion	Primer vertical	Número de	
		Distancia cenital	Estrellas fundam.	Otras estrellas
Lüscherz.....	1886, Setiembre.....	+ 0'57	2	2
Chaumont.....	1887, »	+ 0,04	1	2
Tête de Rang...	1889, Agt-Setbre.....	- 0,14	1	3
Portalban.....	1889, Octubre.....	+ 0,58	2	3
Berra.....	1890, Julio-Agosto...	0,00	—	5
Chasseral.....	1890, Setiembre.....	+ 0,85	2	4
Middes.....	1890, »	+ 0,22	2	2
Naye.....	1892, Agosto.....	- 0,08	—	3

También aquí se presentan algunas desviaciones mayores cuyo sentido es el mismo que el encontrado por el señor Albrecht, en vista de las observaciones del Instituto Geodésico Prusiano Salvo dos excepciones de poco valor, las alturas del polo deducidas de las distancias cenitales son mayores que las deducidas por observaciones en el primer vertical.

Debe observarse aquí que las estrellas fundamentales sólo dan generalmente la misma altura polar mas o menos, que las otras estrellas, de manera que por este solo motivo las diferencias no se esplican por errores en la posición de las estrellas.

Como además no había motivo suficiente para dar preferencia a los resultados de un método con respecto al otro, para la altura definitiva del polo, se ha tomado siempre el término medio de los dos valores.

DETERMINACION DE LAS DESVIACIONES DE LA VERTICAL

Deducción de las coordenadas geodésicas.— Como punto de partida para el cálculo de las coordenadas geodésicas del cáncenas suizo, se ha tomado Berna. Para las estaciones Berra, Chasseral, Naye, Neufchattel i Portalban, las alturas del polo, las longitudes i azimutes, han podido ser deducidas de los tomos respectivos; para las demás estaciones se han deducido según el método indicado anteriormente. Se obtienen las siguientes alturas del polo, longitudes i azimutes:

ESTACION	Altura sobre el mar	Altura del polo	Lonjitud O. de Berna	Azimut en la dirección de:	Norte hácia Este	
					° ' "	° ' "
Chasseral	m 1605	47.08.03,65	-0.22.45,71	Berra	169.21.52,05	
Tête de Rang.....	1330	47.03.23,62	-0.34.55,74	Gurten	129.13.41,97	
Lütscherz.....	560	47.02.32,04	-0.16.34,12	Chasseral	60.36.09,90	
Chaumont.....	1020	47.01.27,34	-0.29.05,78	Frienisberg	96.11.31,07	
Neufchâtel.....	490	47.00.06,24	-0.29.05,78	Neufchâtel.....	179.59.57,47	
Portalban	460	46.54.59,85	-0.29.05,76	Chaumont.....	359.59.57,47	
Freiburg	630	46.48.29,00	-0.18.19,00	Portalban.....	179.59.53,68	
Middes	730	46.46.13,03	-0.29.07,10	Neufchâtel.....	359.59.53,69	
Berra	1720	46.40.38,21	-0.15.16,83	Berra	120.18.13,36	
Lausanne.....	530	46.31.31,00	-0.48.14,00	Tête de Rang.....	329.29.12,11	
Naye.....	2040	46.25.59,07	-0.27.45,59	Berra.....	30.21.37,91	

Determinacion de las desviaciones de la vertical.—Las desviaciones de la vertical se encuentran restando las coordenadas jeodésicas contadas desde Berna de las coordenadas deducidas astronómicamente. Para la desviacion en el azimut se toma mas bien la de la lonjitud que se encuentra por medio de la fórmula:

$$a' - a = (l' - l) \operatorname{sen} \phi - (l' - l) \operatorname{cos} \phi \operatorname{cotj.} z + (\phi' - \phi) \operatorname{sen} A \operatorname{cotj.} Z$$

en que (a' - a) es el azimut astronómico, ménos el azimut jeodésico, (l' - l) la diferencia de lonjitudes, (φ' - φ) la diferencia de latitudes, A el azimut de la visual i Z su distancia zenital. En la mayor parte de los casos cotj. Z es tan pequeño que aproximadamente resulta

$$(a' - a) = (l' - l) \operatorname{sen} \phi$$

en que las lonjitudes al este se considera positivas.

Resultan de aquí las siguientes desviaciones de la vertical, haciendo abstraccion de la pequeña fluctuacion en la altura del polo:

DESVIACIONES DE LA VERTICAL

ESTACION	ALTURA DEL POLO			AZIMUT			LONJITUD
	Astronómico	Jeodésico	Ast.—jeod.	Astronómico	Jeodésico	Astr.—jeod.	Astr.—jeod.
	° ' "	" "	" "	° ' "	" "	" "	" "
Chasseral...	47.07.52,99	63,65	-10,66	169.21.58,88	52,05	(1)+ 6,83	+ 10,9
T. de Rang..	47.03.12,91	23,62	-10,71	129.13.50,53	41,97	(2)+ 8,56	+ 13,0
Lüscherz ...	47.02.23,57	32,04	- 8,47	60.36.19,43	9,90	+ 9,53	+ 8,6
Chaumont ...	47.01.09,49	27,34	-17,85	96.11.37,33	31,07	+ 6,26	+ 16,1
Neufchâtel..	46.59.50,61	66,24	-15,63	179.59.66,91	57,47	(3)+ 9,44	-
				359.59.66,46	57,47	+ 8,99	-
				179.59.63,05	53,68	+ 9,37	-
Portalban...	46.54.54,53	59,85	- 5,32	lonj teleg. - 28.57,09	65,78	-	+ 8,7
Freiburg ...	46.48.30,00	29,00	+ 1,00	359.59.55,44	53,69	+ 1,75	+ 2,4
Middes.....	46.46.14,43	13,03	+ 1,40	-	-	-	-
Berra	46.40.45,79	38,21	+ 7,58	120.18.11,54	13,36	- 1,82	- 2,5
Lausanne...	46.31.22,00	31,00	- 9,00	329.29.01,75	12,11	-10,36	-14,2
Naye.....	46.25.58,47	59,07	- 0,60	-	-	-	-
				30.21.21,34	37,91	-16,57	--22,9

(1) Peso 1. (2) Peso 2. (3) Z=102°,0.

En la tabla indicada para completar el cuadro se ha introducido el Observatorio de Neufchâtel para el cual el señor Hilfiker ha determinado las coordenadas astronómicas.

Las dos latitudes de Freiburg i Ue. en el patio del Collège Saint Michel i de Lausanne detras del Laboratorio Físico de la Universidad han sido obtenidas por el señor Messerschmitt en 1892 con ocasion de las determinaciones de la gravedad hechas en aquellos lugares.

Con tal objeto, en ámbos casos i en una noche se han hecho diversas observaciones de la estrella polar i de una estrella austral en ámbas posiciones del círculo, de manera que la inseguridad de tales determinaciones no pasa de un segundo.

Las latitudes jeodésicas han sido deducidas del atlas de Siegfried (escala de 1 a 25000). Debía tomarse en cuenta que en estos mapas la latitud de Berna adoptada se refiere a las indicaciones de Eschmann (*Resultados de las operaciones trigonometricas en la Suiza*, Zurich, 1840), mientras que segun la determinacion de Plantamour es 2"64 mas grande (*Observations faites dans les stations astronomiques Suisses, Ginebre*, 1873). Se tiene la latitud de Berna:

Segun Plantamour	46°57'8"66
» Eschmann	6,02
diferencia.....	2"64

Diferencia que ha de introducirse en todas las latitudes sacadas del mapa i que ya ha sido tomada en cuenta mas arriba.

Otra diferencia entre las coordenadas jeográficas de la comision jeodésica i las del atlas, proviene de que éste toma por base el elipsoide de Schmidt i aquélla el de Bessel, de modo que en rigor deberia tomarse en cuenta el movimiento de los paralelos al pasar de un elipsoide al otro. A 100 kilómetros al norte o al sur de Berna, esta variacion viene a ser como de 8 m, es decir, 3 décimos de milímetro en la escala de 1 a 25000. Es indudable que la identificacion del lugar de observacion en los mapas, los errores de éstos i de la red de proyeccion, i por fin, las deformaciones del papel alcanzan a valores aun mayores, de manera que sin cuidado alguno se ha hecho abstraccion de esta correccion. Por consiguiente, el error de las latitudes así deducidas puede admitirse como de $\pm 1''$. Las esperiencias directas indicaban igual valor; aun en los mapas en escala de 1 a 50000, al inseguridad de una latitud sacada de estos mapas era solo de $\pm 2''$.

Por consiguiente, puede apreciarse de esta manera la desviacion de la vertical en latitud con aproximacion de $\pm 2''$, diferencia bastante pequeña para poder servir de orientacion i punto intermedio entre dos desviaciones de la vertical bien determinadas en lugares bastante apartados. Realmente los dos valores arriba encontrados se pueden intercalar bastante bien entre los otros.

Para el Observatorio de Neufchâtel se dispone de determinacion telégrafica de la lonjitud i determinacion del azimut en dos direcciones, de modo que como comprobacion puede establecerse la ecuacion de Laplace. Debe verificarse:

$$(a' - a) - (l' - l) \text{ sen } \phi = 0$$

Si en esta ecuacion se introducen los valores arriba indicados, se obtienen las siguientes contradicciones:

Para Chaumont (al norte).....	+ 3''9
Para Portalban (a sur).....	+ 3,0

en que en el primer caso ha sido tomado en cuenta el miembro dependiente de la distancia cenital.

Ambos números están conformes entre sí, pero se apartan considerablemente de cero. Pero diferencias de tal magnitud se han constatado tambien en otras partes de manera que no ofrece nada de sorprendente. Como complemento de las determinaciones de la desviacion de la vertical en la Suiza occidental indicadas aquí sirven los resultados que se obtienen para el Observatorio en Jinebra (405 m sobre el mar). Se encuentra:

Latitud astronómica.....	46°11'58"84.	Lonjitud astronómica O. de B...	1°17'15"38
» jeodésica.....	12.03,69.	» jeodésica.....	10,89
Astronómica — jeodésica ...	- 4,85.	Astronómica — jeodésica.....	- 4,49

En que se vuelve a suponer que la desviacion de la vertical en Berna sea igual a cero. La diferencia de longitud entre Jinebra i Berna determinada telegráficamente se ha tomado de la compensacion del señor H. G. van de Sande Bakhuyzen.

Ademas de la longitud telegráfica, la longitud puede calcularse por la union jeodésica de las dos miras del Observatorio con las cuales se han determinado los azimutes. Formando nuevamente la ecuacion de condicion de Laplace se obtiene los siguientes errores finales:

Para la mira del N.....	+ 0"59
Para la mira del S.....	- 3,45

La diferencia de ámbos valores provendrá quizas principalmente de la union jeodésica. En realidad resulta el ángulo

Mira S. Mira N.....	= 180.00,28"60	medidas astronómicas
i.....	24,56	medidas jeodésicas
diferencia.....	<u> </u>	
	+ 4,04	

Determinacion de las desviaciones del cenit. Las desviaciones del cenit pueden deducirse de las desviaciones en latitud i en longitud segun las fórmulas

$$\tan j. \alpha = \left(\frac{l' - l}{\phi' - \phi} \right) \cos \phi$$

$$s = (\phi' - \phi) \sec \alpha = (l' - l) \cos \phi \operatorname{cosec} \alpha$$

en que α es el azimut, ϕ la distancia del cenit desviado, $(l' - l)$ i $(\phi' - \phi)$ las desviaciones en longitud i en latitud i ϕ la latitud.

Supuesto que en Berna no haya desviacion de la vertical, resultan las siguientes coordenadas polares para los cenites desviados en las diversas estaciones:

	s	α
Chaseral.....	13"0	145°2
Tête de Rang.....	13,9	140,4
Lüscherz.....	10,3	145,4
Chaumont.....	20,9	148,4
Neufchâtel.....	16,7	159,2
Portalban.....	5,6	162,9
Middes.....	2,3	308,3
Berra.....	12,4	307,8
Naye.....	15,8	267,8
Jinebra.....	5,8	212,7

Segun las investigaciones de Helmert, puede admitirse que la desviacion de la vertical en Berna es de $+ 4''$ en latitud i $+ 3''$ en lonjitud, valor que queda corroborado por las investigaciones suizas.

Tomándolo en cuenta se obtiene los siguientes valores para las desviaciones de la vertical en latitud ($\phi' - \phi$), lonjitud ($l' - l$) i en el zenit (ζ i α):

Estacion	$\phi' - \phi$	$l' - l$	ζ	α
Berna.....	+ 4",0	+ 3",0	4",5	27°,1
Chasseral.....	- 6,7	+ 13,0	11,6	125,3
Tête-de-Rang.....	- 6,7	+ 16,0	12,8	121,6
Lüscher.....	- 4,5	+ 11,6	9,1	119,6
Chaumont.....	- 13,9	+ 19,1	19,0	136,8
Neuchâtel.....	- 11,6	+ 11,7	14,1	145,5
Portalban.....	- 4,3	+ 5,4	3,9	109,4
Freiburg.....	+ 5,0	-	-	-
Middes.....	+ 5,4	+ 0,5	5,4	2,9
Berra.....	+ 11,6	- 11,2	13,9	326,5
Lausanne.....	- 5,0	-	-	--
Naye.....	+ 3,4	- 19,9	14,1	283,9
Jinebra.....	- 0,9	- 1,5	1,3	230,5

Para tener un cuadro aproximado del efecto de las masas montañosas perturbadoras, los últimos valores de la desviacion del cenit se han representado gráficamente en la figura 1. Al mismo tiempo, tomando en cuenta observaciones inéditas se han marcado las líneas a lo largo de las cuales se obtiene el mismo valor para la desviacion en latitud. Se reconoce claramente que las líneas corren paralelas a la direccion de las montañas. Además, la direccion de la desviacion del cenit es siempre casi perpendicular a la direccion de la montaña, resultado que debia esperarse de antemano al considerar la influencia de las masas visibles.

Si se sigue la línea a lo largo de la cual las desviaciones de la vertical en latitud son cero, es decir, donde las atracciones del Jura i de los Alpes, en latitud, se equilibran, se encuentra que desde Jinebra pasa por el lago del mismo nombre describiendo un gran arco e internándose en seguida en el valle del Ródano; de aquí vuelve hácia atras i se dirige hácia el norte, rodeando los Alpes de Freiburg i corriendo casi paralelamente al Jura se dirige hácia Zurich al norte de Payerne i Murten.

Las desviaciones en lonjitud i la desviacion total presentan un curso análogo a lo largo de la montaña. Pero para determinar con suficiente exactitud la desviacion total es necesario aumentar mas el número de puntos fijados astronómicamente. Es claro que la esposicion hecha no ha de presentar sino un cuadro en conjunto en que aun es necesario llenar muchos vacios, desde que las presentes investigaciones no se han dado todavía por terminadas.

La representacion gráfica hace ver la preponderancia de las atracciones del macizo de los Alpes sobre las del Jura, como debia esperarse en vista de su mayor masa. Ade-

mas, el terreno se levanta gradualmente hácia los Alpes, del mismo modo las desviaciones de la vertical aumentan en el mismo grado i a largos intervalos; miéntras tanto hácia el Jura que es bastante escarpado y se levanta sobre el plan sin presentar alturas intermedias suficientemente notables, las desviaciones crecen rápidamente en pequeñas distancias. Se nota esto mui bien si se observan las desviaciones en latitud (o tambien las del cenit) a lo largo del meridiano de Neufchâtel. En la latitud de $46^{\circ}54'$ próximamente, la desviacion es igual a cero. Al sur, entre Middel, donde la atraccion de los Alpes es todavia notable ($+ 5''$) i Portalban, situado a 15 kilómetros al norte, decrece hasta $-1''$, de manera que ya aquí aparece la influencia del Jura. En Neufchâtel, a 18 kilómetros mas al norte, la desviacion alcanza a $-12''$, i en Chaumont, otros 4 kilómetros al norte, a $-14''$, para decrecer en seguida lentamente hácia el norte. El aumento en la desviacion entre Neufchâtel hasta Chaumont no presenta nada de singular si se recuerda que este último punto de triangulacion está en el primer cordón i no enteramente en la cima de la montaña sino a 153 m mas abajo. Naturalmente que las desviaciones a lado sur del Chaumont, que se levanta bastante escarpado sobre el plan, deben aumentar rápidamente hasta cierta altura del cerro por cuanto es mayor la distancia de los Alpes i de consiguiente su atraccion menor, miéntras que por otro lado se acorta la distancia de la masa perturbadora del Jura aumentando tambien su atraccion. Hai que considerar ademas que la densidad de la montaña del norte, en término medio, es mayor que la del terreno al sur. Probablemente en la cima del Chaumont ya se encontraria una desviacion algo menor. En el segundo cordón del Jura, en la Tête de Rang i el Chasseral, todavia alcanza a $-7''$ valor que no debe causar admiracion si se toma en cuenta la gran estension i la forma de meseta del Jura hácia el norte i el oeste. Los valores de la desviacion deducido de las masas visibles conducen a cantidades análogas.

Por lo tanto, el resultado de estas observaciones puede resumirse (i las investigaciones posteriores lo comprueban) estableciendo que el curso de las desviaciones en el trecho de la Suiza, examinado entre el Jura i los Alpes, está conforme con la distribucion de las masas montañosas allí existentes. Este resultado no está en contradiccion con el hecho de que al norte i al sur de los Alpes se hayan encontrado valores menores que los que podian esperarse de las masas visibles, pues en el caso presente el defecto de masa que se suponga, obra casi igualmente sobre todas las estaciones i no entra entónces en cuenta, quedando solamente las masas visibles.

Deducion del jeoide — Si para un elipsoide que cierra bien, se han determinado las desviaciones de la vertical en latitud i lonjitud para un número de puntos suficientemente cercanos, de manera que de punto a punto ellas ya no demuestren una marcha irregular, se puede pasar a la determinacion de la superficie del jeoide, cierto que solo bajo el supuesto de que las líneas verticales (de gravedad) dentro de su estension, desde las estaciones sobre la superficie fisica de la tierra hasta el jeoide puedan considerarse como rectas.

Debido a la curvatura real de la línea del hilo a plomo, queda un error cuyo valor es pequeño siempre que no provenga de causas locales, las que si se presentan por hoi no pueden ser sometidas al cálculo por motivos o dificultades prácticas.

En el caso en que las estaciones se encuentren todas a pequeñas alturas sobre el

mar o sea a alturas casi iguales, prácticamente hablando el error desaparece. Puede admitirse entónces indudablemente que la construccion se refiere en rigor a una superficie de nivel i no a la superficie del jeoide. Pero aun en los resultados anteriores en que estas suposiciones no se han cumplido estrictamente es conveniente hacer consideraciones con las cuales ya pueden obtenerse una idea jeneral sobre la desviacion del jeoide con respecto al elipsoide. Helmert llama esferoide a la superficie adaptada a las desviaciones de la vertical para distinguirlas del jeoide.

Para una direccion cualquiera en el azimut α sobre una línea recta la componente γ de la desviacion de la vertical se obtiene por la ecuacion:

$$\gamma = \xi \cos \alpha + \lambda \cos \phi \sin \alpha$$

en que ξ es la desviacion de la vertical en latitud, λ la desviacion en lonjitud i ϕ la altura del polo.

Si entónces se toman las γ como ordenadas perpendiculares a abcisas cuyas diferencias corresponden a las distancias horizontales, por la curva construida de esta manera el incremento de la elevacion ΔN que tiene el esferoide con respecto al elipsoide entre dos puntos puede espresarse por:

$$\Delta N = - \int \frac{\gamma''}{s''} ds$$

Si en el dibujo representamos por c_1 los segundos de las ordenadas i por c_2 los metros de las abcisas, ámbos representados por un milímetro se obtiene:

$$\Delta N = - \frac{c_1 c_2}{s''} \int \gamma'' ds = - \frac{c_1 c_2}{s''} F''_{ik} \text{ mm}^2$$

en que F''_{ik} representa la superficie comprendida entre las ordenadas γ_1 i γ_k espresadas en milímetros cuadrados.

En el sentido del meridiano, desde la estacion oríjen hácia el norte γ es igual a $+\xi$ i hácia el sur es igual a $-\xi$. Por tanto en este caso el solo conocimiento de las desviaciones en latitud basta para la construccion de una seccion del jeoide.

Las estaciones Naye, Middel, Portalban i Chaumont están casi exactamente sobre el mismo meridiano.

Ademas, para el término medio de las latitudes de Chasseral i Tête de Rang ($47^\circ 05' 33''$) puede tomarse el término medio de las desviaciones de la vertical $\xi = -6''{,}7$ como resulta de la figura 1. En la figura 3 se ha dibujado la curva de las desviaciones en latitud, tomando $\phi = 46^\circ 54'$ como oríjen (desviacion en latitud = $0''$).

Como ademas se ha admitido para las ordenadas

$$c_1 = 1 \text{ mm} = 0''{,}1$$

desviacion en latitud i para las abcisas

$$c_2 = 1 \text{ mm} = 12''$$

diferencia de latitud = 371 m, se obtiene:

$$\Delta N = -\frac{37,1}{206264,8} F_{ik}^{\text{mm}^2} = -0,0001799 F^{\text{mm}^2}$$

Si en seguida para cada cinco minutos de diferencia en la latitud a partir desde $\phi = 46^\circ 54'$ calculamos la elevacion, se obtiene:

De +10' a	5'	$\Sigma \Delta N = +0,75 \text{ m}$	} Jura
» + 5 »	0	= +0,19 »	
	0	= +0	
» - 0 »	- 5	= +0,12	
» - 5 »	-10	= +0,36	
» -10 »	-15	= +0,65	
» -15 »	-20	= +0,94	} Contrafuertes alpinos
» -20 »	-25	= +1,19	
» -25 »	-30	= +1,36	

En la representacion gráfica de la curva de elevacion sobre el meridiano de Neufchâtel, (3 fig.) el dibujo orijinal está hecho en una escala menor de modo que a la ordenada corresponde $\Sigma \Delta N: 1 \text{ mm} = 0,1 \text{ m}$.

Por lo tanto la superficie del jeoide en Chaumont i en el Jura se eleva a 0,7 m i en los Alpes, en Naye, a 1,3 m sobre el elipsoide.

Para tener una idea sobre las desviaciones en lonjitud en la figura 2 se ha tomado para el meridiano de Neufchâtel como abcisas las latitudes jeográficas i como ordenadas las desviaciones en lonjitud, resultando de esta representacion que tambien estas desviaciones siguen un curso análogo al de las desviaciones en latitud.



1 mm = 1"

Fig. 1.

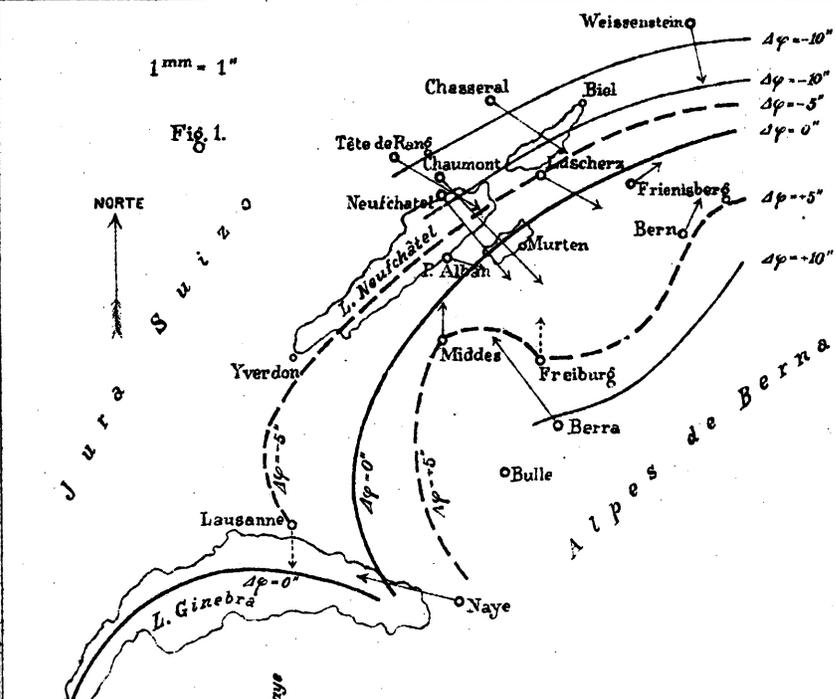


Fig. 3.

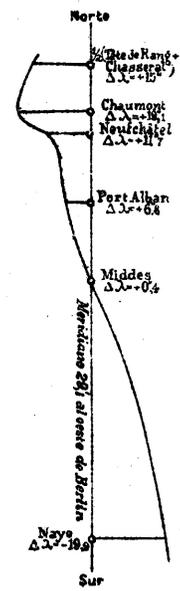
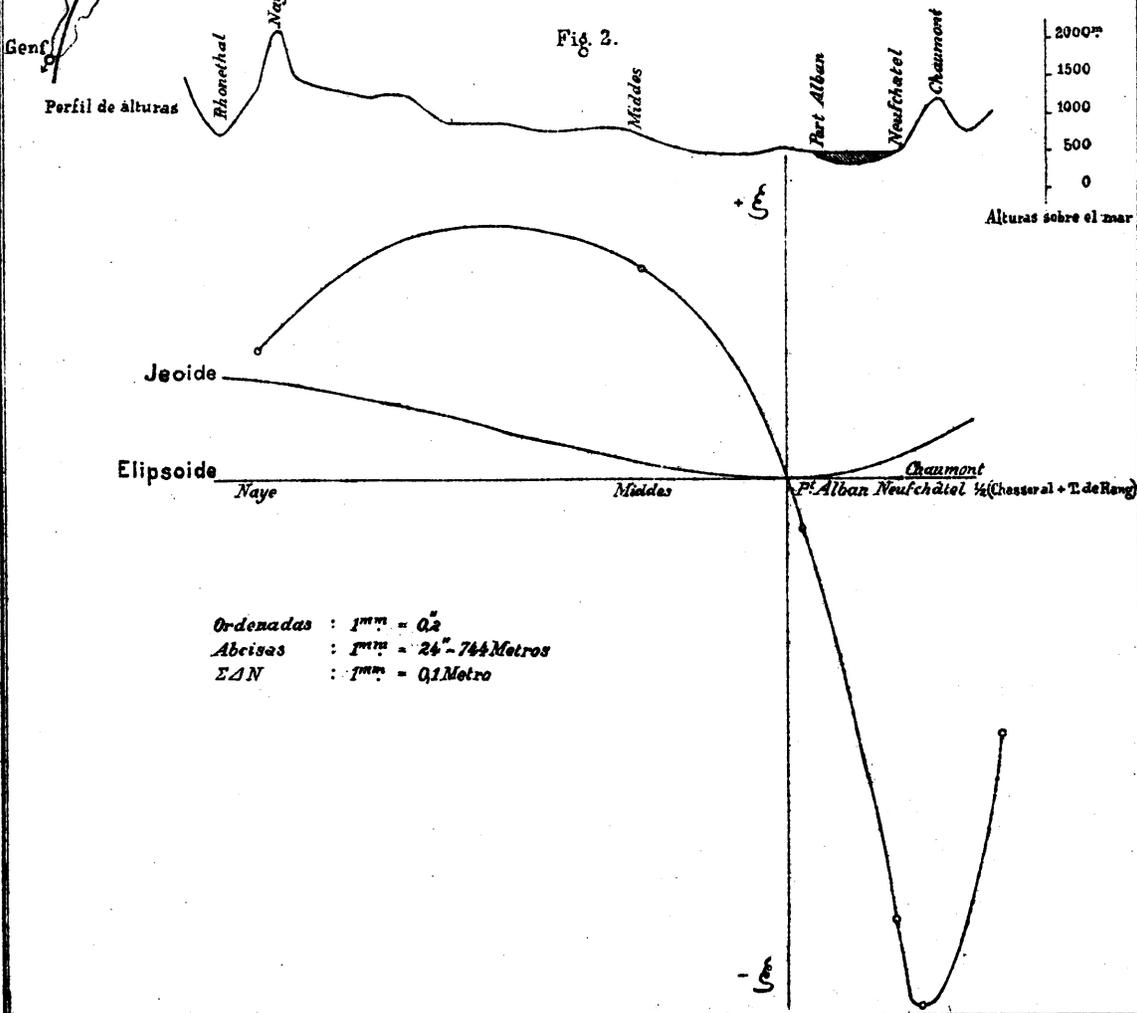


Fig. 2.



Ordenadas : 1^{mm} = 0.2
 Absisas : 1^{mm} = 24" - 744 Metros
 E.A.N : 1^{mm} = 0.1 Metro