

PUENTES DE CONCRETO CON BÓVEDAS

A TRIPLE ARTICULACION

PROYECTADOS PARA EL FERROCARRIL EN CONSTRUCCION DE ALCONES A PICHILEMU

Seccion: paradero del "Cardonal," a túnel del "Arbol"

POR

JERARDO ATEAGA A.,

(Continuacion)

V. CONFECCION DE LOS PROYECTOS

1.—*Cuestiones previas*

(a) *Eleccion de los materiales.*—Salvo las articulaciones, que serán metálicas, los puentes (bóvedas, timpanos, estribos i detalles) se harán en concreto de cemento, en proporciones ricas para las bóvedas i de inferior calidad en el resto. La eleccion del concreto se justifica por la distancia a que está la buena piedra de construccion i las dificultades del acarreo; en cambio, el cascajo de los mismos esteros, partidos en dimensiones apropiadas, dará un concreto de suficiente calidad para ser empleado en los macizos que trabajarán a una compresion baja. Solo el cuerpo de las bóvedas necesitará piedra chancada de superior calidad, pero su cubo es una fraccion mui pequeña del total; se adoptará la de la cantera del «Arbol», que es la mas próxima i está espropiada por el fisco. La arena de los esteros es de buena clase.

Los ejes de las articulaciones serán de acero laminado; i los cojinetes con sus planchas de descanso, de fundicion. Hemos preferido articulaciones metálicas a las de piedra tallada, que tambien se han empleado (puente de 30 m. sobre el rio Eyach), primeramente por su menor coeficiente de rozamiento (0,10 entre eje i cojinetes lubricados, contra 0,50 en caso de piedra dura pulida); i en segundo lugar, por su fácil moldaje, en oposicion a la eventualidad de encontrar piedra suficientemente dura para el objeto i a su talla esmerada en forma de rótula.

En cuanto a la confeccion i calidad de estos materiales, se tratarán en el anexo C. a esta memoria.

CONCRETO. *Coefficientes de ruptura R i de elasticidad E.*—*Cargas prácticas de trabajo.*—*Peso del m.*³—Aparte de las ventajas locales en este caso, su eleccion prima,

a nuestro parecer, por la clase de albañilería que constituye. Desde luego, se presta por el moldaje a la confeccion de grandes macizos de una sola pieza, obteniéndose un conjunto de naturaleza compacta i homogénea cuanto es posible, i de resistencia i elasticidad uniformes - en oposicion a las otras albañilerías constituidas de elementos duros i ríjidos —las bóvedas—separados i unidos al mismo tiempo entre sí por las puntas horizontales i verticales de mortero que al fin de cuentas constituyen especie de planos de *clivaje* del gran block. En síntesis, el concreto bien fabricado es la albañilería que ménos distante está por su constitucion de la materia elástica ideal de la Resistencia de Materiales (cuerpos *isótropos*, i *homogéneos* en mayor proporcion. *Resal: Resistance*, páj. 103), representada en primera línea, en la escala de los materiales de construccion conocidos, por el *acero sin templar*.

Coficiente de ruptura a la compresion R.—La *Asociacion de Ingenieros i Arquitectos de Austria* ha hecho esperiencias, calificadas de notables, sobre bóvedas de ensayo (concreto superior clase) de 23 m. de luz, llevadas hasta la ruptura, —obteniéndose

$R = 360$ kg. por cm.^2 i habiendo empezado las primeras rajaduras a 275 kg.

Las realizadas en Inglaterra, en 1896-1897, con concreto de variadas proporciones, dieron $R = 133$ kg. a 285 kg. por cm.^2 , *despues de 90 dias de fabricacion*. El concreto empleado en el puente a triple articulacion de *Vaux-Hall*, Londres, se ensayó previamente a la ruptura, dando $R = 262$ kg. por cm.^2 , *dos meses despues de confeccionado*.

Tomando las cifras mayores 360 kg., 285 kg. i 262 kg., que se refieren a la clase superior, se ven resultados mui concordantes, porque las diferencias provienen del tiempo dejado trascurrir entre la confeccion i las esperiencias de ruptura. Se puede entónces admitir, dentro de conveniente prudencia, que el coeficiente de ruptura a la compresion para el concreto de superior calidad, no bajará de

$$R = \begin{cases} 200 \text{ kg.}, & \text{despues de dos meses de seca.} \\ 300 \text{ »} & \text{»} \text{ » un año} \text{ »} \end{cases}$$

atendiendo a que la confeccion de la albañilería i la accion directa de las cargas, que en los ensayos de laboratorio son mas esmeradas i precisas que en las construcciones, deben primar seguramente sobre la mejor condicion de resistencia—en principio—de los grandes macizos sobre los pequeños bloques del ensayo.

Límite de elasticidad i coeficiente de id. a la compresion E.—Segun esperiencias hechas en diversos paises con cargas estáticas—como a los *esfuerzos repetidos*, que no acusan modificacion alguna del límite cuando el trabajo elástico se mantiene bajo él—se reconoce que dicho límite de elasticidad es *algo superior a la mitad del de ruptura*. De donde se deduce *las buenos condiciones del concreto para soportar los movimientos producidos por la carga rodante*.

El coeficiente práctico de elasticidad E , recomendado, es $E = 2 \times 10^9$ (1).

Tasa práctica de trabajo.—Refiriéndonos a la reseña histórica que se hará al final

(1) *Joly.*—Ann. des P. et Ch.—1898, III trim.—*Expériences sur la resistance et l'élasticité des ciments portland.*

de este estudio, solo apuntaremos algunos datos relativos a tasas de trabajo alcanzadas en puentes articulados construidos en los últimos años. En el puente a un arco de 50 m. de luz aparente, construido en 1894 sobre el Danubio, las juntas de ruptura trabajan a 54 kg. por cm.², i las otras partes de 35 a 40 kg. La proporción del concreto fué $1 \times 2,5 \times 5$. Hasta ahora el puente no da ningun cuidado.—En otro puente a 4 arcos de 38 m. cada uno i rebajados a $\frac{1}{7}$, construido (1899, Alemania) con las mismas proporciones de concreto, este trabaja de 21 a 23 kg. En el puente de Vaux Hall, que consta de 9 arcos—7 centrales de 44 m.20 i 2 de orilla de 4 m.—las mayores presiones que dieron los cálculos alcanzan a 18 k. 6, i hemos visto que los ensayos previos del concreto empleado dieron $R=260$ kg. despues de dos meses de seca.

Podemos decir, entónces, que la tasa de trabajo $\frac{R}{S}=20$ kg., para el concreto de clase superior (como ser $1 \times 2,5 \times 5$), es una cifra sancionada por la esperiencia.

Peso del m³ cúbico del concreto.—Por los valores adoptados para otros puentes i los datos de los aide-memoires, fijamos en los cálculos la cifra de 2,300^k por m³ como promedio mas aceptable.

(b) *Carga rodante: tren tipo chileno.*—*Sobrecargas uniformemente repartidas para los puentes.*

No siendo estos puentes, por sus dimensiones, de aquellos en que la sobrecarga móvil es despreciable del todo frente al peso total permanente, lo tomaremos en cuenta i adoptaremos el *tren tipo chileno*, confeccionado por el Consultor Técnico de los Ferrocarriles del Estado, señor Huet, (en uso en la oficina de puentes de la Direccion de la via) i que, como es lójico suponer, debe traducir mejor que otro cualquiera las condiciones de carga rodante aplicables a los puentes chilenos. Por otra parte i hayan sido las que fueron las razones que se tuvo en vista para preferir un tipo propio, el hecho es que pesa algo mas que los similares europeos, i al aceptarlo se hace seguramente obra de prevision, si se atiende a la tendencia actual por las locomotoras jigantes i a la duracion ilimitada de los puentes de albañilería.

Para los efectos de simplificacion de los cálculos i depurados de estabilidad de los puentes, es sabido que la accion de la carga rodante se reemplaza por la de una sobrecarga móvil uniformemente repartida segun la horizontal, cuyo lugar parabólico de momentos sea envolvente de los lugares poligonales efectivos, coincidiendo ámbos, por lo ménos, en el máximum maximorum. Tal recurso nos parece mas justificado aun para el cálculo de las bóvedas, por la accion uniformante de la capa elástica de relleno i lastre interpuesto entre el tren i la bóveda. Por otra parte, en la teoría de los arcos se vió la similitud entre las curvas de presion de la bóveda articulada i los lugares de momentos de una viga recta sobre dos apoyos simples, de la misma luz i sometida a las mismas cargas tambien no siendo unas i otras mas que curvas o poligonos funiculares de las fuerzas verticales que cargan la bóveda, construidas las primeras con una distancia polar determinada: el empuje Q .

Luego, para el efecto de encontrar la carga móvil uniformemente repartida equivalente al tren tipo, en el caso de puentes-bóvedas a triple articulacion, podemos representar a estas por vigas rectas de la misma luz, apoyadas libremente por sus extremos,

Fundados en estas consideraciones i para no repetir el dibujo, damos a continuacion (fig. 9) la distribucion i peso *de los ejes* del tren tipo, i las colocaciones de las vigas rectas de 30 m. i 15 m. de luz (en representacion de las bóvedas ferroviarias «San Miguel» i «Chivato», respectivamente), que son sus situaciones mas desfavorables relativas a la carga rodante, teniendo en vista el momento máximo. En cuanto a la sobrecarga uniforme equivalente para el esfuerzo de corte, no hai que preocuparse de ella, por que es sabido que en las bóvedas este esfuerzo nunca dá cuidados.

La deducccion de estas posiciones mas desfavorables está basada en el teorema de resistencia: que el punto medio de la viga divide en dos partes iguales *la distancia* entre la resultante de todas las fuerzas que abarca la luz i la fuerza mas próxima o ese punto del otro lado de la resultante, debiendo verificarse el momento máximo en la vertical de esta fuerza.

Para la viga de 30m. este momento se produce en *a*, no precisamente cuando el punto medio *m* está en la mitad de *ab*, porque entónces el 1.^{er} eje de la locomotora queda fuera de la luz, sino cuando este eje se encuentra sobre el apoyo *B*, que es lo mas próximo al caso jeneral. El punto *a* es el 1.^{er} eje de la 2.^a locomotora, i su distancia al apoyo *B* es $15 + 1 = 16$ m.

Para la viga 15 m. se verifica en su todo el teorema; el 1.^{er} eje queda a 0,835 m. del apoyo derecho, i el momento máximo en el último eje (5.^o) de la 1.^a locomotora.

Es natural que en cada caso se consideren los ejes mas pesados que puedan caber en la luz. Así, resulta que en los 30m., caben justamente las dos locomotoras que hacen cabeza del tren tipo, i en la luz de 15m. solo la 1.^a con su tender.

Tenemos, por consiguiente:

Puente «San Miguel».—Luz 30 m.

$$R_o = \frac{1}{30} \left[12^m \overbrace{(29,06 + 13,06)}^{= 42^m,12} + 11^m \overbrace{(27,38 + \dots + 9,70)}^{= 74^m,16} + 14^m \overbrace{(22,70 + \dots + 2,70)}^{= 101,80} + 8^m \times 16^m \right] = 95813 \text{ kg.}$$

$$M_{\text{max. max.}} = 95813^k \times 14^m - \left[12^m \times 13^m,06 + 11^m \overbrace{(\overbrace{11,38 + 9,70}^{= 21^m,08})} + 14^m \overbrace{(\overbrace{6,70 + \dots + 2,70}^{= 18^m,90})} \right] = 688182^{\text{kg}\cdot\text{m}}$$

$$M_{\text{max. max.}} = \frac{1}{2} q a (la) = 688182 \text{ —Kg}\cdot\text{m.}$$

$$q = 6144^{\text{kg}} \text{ por m. l. de puente}$$

Como el ancho del puente entre parapetos será 4.^m 60:

$$\pi = \frac{6144}{4.6} = 1335^{\text{kg}} \text{ por m.}^2 \text{ de puente}$$

Agregando un 15%, tomaremos finalmente $\pi = 1500$ k

Segun una fórmula empírica de *Resal* (Ponts en maçonnerie, páj. 76):

$$\pi = \frac{4000}{\sqrt[3]{l}} = 1287 \text{ kg. por m.}^2 \text{ de puente}$$

Puente «Chivato» — Luz 15 m.

Se obtendrá por cálculos idénticos,

$$q = 6900 \text{ kg. por m. l.}$$

$$\pi = 1500 + 15\% = 1725 \text{ kg. por m.}^2$$

Segun la fórmula de Resal:

$$\pi = 1622 \text{ kg.}$$

Sobrecarga uniformemente repartida para el paso superior

Segun las recomendaciones del señor Otten, en su libro *Puentes de Madera*, debe adoptarse la cifra $\pi = 400$ kg. por m.², correspondiente a una carga móvil formada por piños de bueyes.

2.— PUENTE SAN MIGUEL

Marcha jeneral adoptada para estudiar las bóvedas

La *bóveda ideal* en una aplicacion cualquiera seria aquella que trabajare en todas sus secciones a la compresion simple, siendo para ello necesario que todas las curvas de presion se confundan con su fibra media. Como tal hecho es imposible (i por eso la llamamos *béveda ideal*), lo razonable será aproximársele lo mas posible, sometiendo la forma del eje longitudinal a la *curva de presion dominante*, o haciéndole describir una *posicion simétrica entre las oscilaciones extremas*, o aun una *línea intermedia de compensacion* entre todas las curvas de presion contempladas. Luego, la fibra media o eje longitudinal debe ser una consecuencia de las solicitaciones i no un dato prévio del problema. Del mismo modo, los espesores deben quedar sometidos al *haz* de líneas de presion — para encerrarlo dentro del tercio central — a fin de aproximarse lo mas posible a la forma de igual resistencia, i no fijarlos de antemano segun una lei caprichosa o rutinaria.

Nacerá de ello un círculo vicioso, pero es fácil salvarlo con uno o, a lo mas, dos tanteos.

Tratando de esta manera racional el problema, la principal dificultad — i diríamos única — está en conseguir centrar la curva de presion dominante, que es siempre la de las cargas permanentes totales en las bóvedas de albañilería, pues las curvas resultantes correspondientes a la sobrecarga cubriendo una i otra semi-bóveda, que son las mas des-centradas a uno i otro lado de la del peso muerto, resultan casi simétricamente colocadas con respecto a esta última,

El haz de todas ellas tiene la forma de una *lente cóncava convexa* con sus vértices en las articulaciones (nos referimos a una semi-bóveda) i su mayor ancho en la rejion de los riñones.

Por consiguiente, la forma racional de bóveda será la que presente espesores concordes con el haz. Por otra parte, creciendo gradualmente la resultante de las fuerzas elásticas desde la seccion de clave hasta la de arranque—cualquiera que sea la curva de presion que se considere—el espesor en esta última seccion debe ser algo mayor que en la primera i proporcional al valor de dicha resultante, desde que en ámbas haicompression simple.

Se puede todavía indicar ciertas consideraciones que dan *a priori* alguna luz sobre el tipo de curva a que deberá aproximarse el eje neutro de la bóveda para tener una buena centracion de la curva de presion por peso muerto. Esas consideraciones se refieren al rebajo teórico de la bóveda (luz i flecha entre articulaciones) i al modo como estarán distribuidas las cargas (espesor aproximado de bóveda, capa de relleno de los tímpanos, i elementos de la via férrea o de la calzada), que son datos previos al problema de calcular la bóveda.

Así, para un mismo rebajo, variando el modo de distribucion del peso muerto, las curvas mas convenientes para el eje neutro, en el órden de circundante a circundada, serán:

Arco de elipse, (carga mui debil en la clave i secciones adyacentes);

» » *círculo*;

» » *catenaria*;

» » *parábola*, (dominando una carga uniformemente repartida);

Ojiva, (dominando una carga concentrada en la clave).

Existen tambien otras curvas, de la misma familia de la catenaria, llamadas *catenoides*, comprendidas entre el círculo i la parábola (esta como límite inferior mínimo-minimorum) para el rebajo de $\frac{1}{2}$, pero que pueden circundar al arco de círculo en los rebajos mayores. (*)

Para una misma distribucion de peso muerto, a medida que la bóveda se hace mas rebajada, todos los arcos que acabamos de citar tienden a confundirse guardando siempre su órden.

Como datos ilustrativos de estas nociones podemos apuntar los siguientes:

La bóveda del puente de «San Miguel», que es rebajada a $\frac{1}{3,75}$, con espesores de relleno i lastre comunmente usados, nos dió como eje neutro, que casi se confunden con la curva del peso muerto total, el *arco de círculo* (se entiende, con tanjente horizontal en la clave).

El puente «Chivato», rebajado a $\frac{1}{3}$, i con el mismo espesor de relleno i lastre, dió como eje neutro mas conveniente la *catenaria*; separándose casi igualmente a un lado i otro de ella el arco de círculo i la parábola.

(*) LEGAY.—*Ann. des P. et Ch.*—IV trim., 1900.—Tracé et calcul des voutes en maçonnerie.

Para la bóveda del paso superior, rebajada a $\frac{1}{6}$, con 0.30 m. de espesor de relleno i 0.35 m. de calzada, obtuvimos un eje neutro circundante del arco de círculo en una pequeña cantidad.

Las bóvedas a triple articulacion, de gran luz i mui rebajadas, son mui fáciles de calcular, aun sin recurrir al procedimiento gráfico de los polígonos funiculares, pues dominando siempre en ellas la parábola del *peso muerto uniformemente repartido segun la horizontal*, puede calcularse por simples proporciones aritméticas entre las fuerzas i sus brazos de palanca los diferentes puntos de la curva de presion del *peso muerto total*, que es la resultante entre la parábola anterior i el polígono de presion del peso no uniformemente repartido, mui pequeño en comparacion del uniforme. Del mismo modo se compone esa curva con las debidas a la sobrecarga móvil. Las ecuaciones de las curvas de presion del arco a triple articulacion, i de sus elementos (empuje, coeficiente angular, esfuerzo normal), dan los valores numéricos que entran en las proporciones aritméticas. Bastará un tanteo sobre los espesores a dar en la clave, el riñon i el arranque (pudiendo tomarse igual espesor en la clave i el arranque el doble en el riñon a la mitad de la semi-luz. i considerar entre ellos una variacion lineal), para que desaparezca el círculo vicioso, pues los nuevos espesores que resulten serán casi los definitivos. (Consúltese el articulado ya citado de Mr. Bourdelles, *Ann. des P. et Ch.*, III trim. 1898).

En las bóvedas pequeñas i medianas, no es tan fácil descomponer el peso muerto en sus partes uniforme i no uniformemente repartidas, i, ademas, ambas fracciones son comparables en valor relativo, por lo que conviene deducir su curva de presion con el polígono funicular de Mery:

Una vez determinada en ellas esta curva de presion para los espesores previamente adoptados, viene su composicion con las sollicitaciones de la sobrecarga móvil en sus tres valores de: luz i semi-luces totalmente cubiertas, cuyas curvas i sus elementos pueden espresarse algebricamente.

Vamos a indicar ahora cómo hemos deducido una i otras curvas, en la conviccion que la marcha seguida es la mas conveniente i rápida.

Pagando un poco caro, en ensayos, el adquirir cierta esperiencia sobre los espesores a dar a las bóvedas en el primer tanteo para estar próximo a la verdad, elejimos estos espesores en la clave, arranque i riñon; así, para la bóveda del «Chivato» tomamos 0,50 m. 0,60 m. i 0,75 m. respectivamente; en seguida, adoptamos como eje neutro el arco de círculo i construimos la bóveda por arcos de círculo de acordamiento tanjente. Aplicándole el método de Mery, previa colocacion de las alturas representativas del relleno i lastre, dedujimos la curva de presion, que nos resultó bastante descentrada hácia abajo del eje neutro. Para el segundo tanteo adoptamos a ella como eje neutro, en cuanto fué posible — porque tambien es necesario dar al intrados i trasdos formas regulares— i con los mismos espesores, cargas de relleno i de lastre, construimos la bóveda. Repetido el procedimiento de Mery, se obtuvo la nueva curva de presion casi confundida con el eje, i decimos casi, porque solo en la rejion de los riñones está un poco descentrada hácia arriba. Esto era de prever, desde que la segunda bóveda está un poco mas baja en su parte central que la primera, i por tanto tiene mas carga de relleno, i que a un aumento

local de la carga corresponde en el mismo trecho una elevacion de la curva de presion. Pero esta pequeña descentracion hácia arriba es favorable, como se verá despues.

Conseguida en tan buenas condiciones la curva de presion del peso muerto, la comparamos con las solicitaciones correspondientes a cada semi-bóveda cubierta totalmente por la sobrecarga móvil, obteniéndose con estas nuevas curvas el perímetro del haz de presion; despues de lo cual solo faltaba ver si este haz cabia dentro del tercio central. Nos resultó que salia fuera en la rejion de los riñones, lo que significaba que los espesores eran insuficientes. Hubo, pues, que repetir el cálculo con espesores de 1,00 m. en el riñon, 0,65 m. en la clave i 0,75 m. en el arranque, deducidos teniendo en vista las enseñanzas de ese depurado, el que nos indicaba, al mismo tiempo, que no habia temor en cuanto a la tasa de trabajo en cualquiera seccion.

Rehecha la bóveda con los nuevos espesores i con el mismo eje neutro (desde que las variaciones introducidas alteraban mui poco la distribucion de las cargas), obtuvimos la curva de presion definitiva del peso muerto, por haber visto en seguida que el haz de presion cabia justamente en el tercio central (véase lámina del depurado de la bóveda).

Para la bóveda del «San Miguel» empezamos el tanteo con 1,00 m. en la clave, 1,60 m. en el riñon i 1,40 m. en el arranque, tomando como eje neutro el arco de círculo, i vimos que si se levantaban un poco el intrados i trasdos, la curva de presion del peso muerto se confundiria con el eje, sin variar los espesores, i que estos eran suficientes para encerrar el haz de presion. Nos resultó como deseábamos (véase depurado correspondiente).

Comparando las ordenadas de la curva del peso muerto en la bóveda del «Chivato», con las de la catenaria, se observa que son iguales en todas las secciones ménos en las mui próximas al arranque, donde se nota una pequeña diferencia.

La misma curva correspondiente en la bóveda del «San Miguel» parece confundirse con una de las *catenoïdes* estudiadas por *Legay*, pero no hemos tenido tiempo para confirmarlo.

Dijimos a propósito de la curva del peso muerto del «Chivato», que convenia estuviera un poco encima del eje neutro en la rejion de los riñones. Esto se justifica por el hecho de que en las bóvedas poco rebajadas las curvas correspondientes a las semi bóvedas sobrecargadas no son exactamente simétricas respecto a la del peso muerto, siendo la inferior la mas separada.

En cuanto a la curva resultante entre la del peso muerto i la debida a la sobrecarga en toda la luz, no da ningun quehacer en la resolucion del problema, pues siempre resulta mui poco separada de su componente primera. Sin embargo, conviene construirla, porque con los elementos de ella se deben calcular las articulaciones.

Los detalles del procedimiento jeneral que hemos bosquejado los estudiaremos en los capítulos siguientes.

En resúmen, podemos decir que lo racional para calcular las bóvedas a triple articulacion es seguir un *método de deduccion* de su forma i dimensiones, que de hecho es tambien una verificacion, i no el simple *procedimiento gráfico de verificacion* usado en las bóvedas de oríjen empírico.

(a).—CÁLCULOS DETALLADOS DE LA BÓVEDA.

Datos que sirven de base:

Luz entre articulaciones	2 l =	30 m
Flecha » »	f =	8 m
Rebajo » »	=	$\frac{1}{3,75}$
Espesor del relleno en la clave		0,50
» de la via		0,50
Peso del relleno, por m ³	1500	kg.
» » concreto, » »	2300	»
» de la via por m ²	950	»
Sobrecarga móvil, » »	1500	»

Los cálculos se referirán, como es de uso, a una faja longitudinal de *un metro de ancho* bajo el relleno (*), i a una semi-bóveda.

· *Curva de presión de las cargas permanentes totales.* (lám.)

Los espesores definitivos de la bóveda son:

(clave) 1,00 m; (riñon) 1,60 m; (arranque); 1,40 m.

i las curvas de intrados i trasdos se han trazado con los radios que indica el depurado.

Se dividió la bóveda en 8 trozos, por secciones trasversales verticales de abscisas X = 0,00, 2,00, 4,00, 6,00, 8,00, 10,00, 12,00 14,00 i 15,00 m, — tomando como eje coordenados la vertical i la horizontal que pasan por el centro de la articulacion de clave.

Hemos preferido las secciones verticales a las normales al intrados, para la facilidad i rapidez de los depurados relativos a las curvas de presión de la sobrecarga móvil principalmente, cuyos elementos (ordenada, tanjente, esfuerzo normal) podrán deducirse algebraicamente, introduciendo los valores de X en las ecuaciones correspondientes, sin necesidad de construir la bóveda. Además, se simplifica el depurado mismo de la curva de presión de las cargas permanentes, por la facilidad de encontrar los centros de gravedad de los diversos trozos. Escusado es decir que esta manera de subdividir la bóveda da diferencias insignificantes para la curva de presión relativamente a la deducida por secciones trasversales normales al intrados, comunmente adoptadas,—i que no hai inconveniente alguno para aceptarla.

Como se ha dicho en ocasion anterior, empleamos para deducir la curva de presión el procedimiento gráfico tan conocido del polígono funicular, ideado por Mery, con la única diferencia de haber tomado los centros de las articulaciones como puntos de par-

(*).—Siempre se toma como mas desfavorablemente solicitada la faja de bóveda que soporta el relleno i no la situada bajo la albañilería de los tímpanos, porque estos constituyen de por sí una obra relativamente ríjida i sin solicitacion efectiva i continúa de todo su peso permanente.—(Véase, RE-SAL.—*Ponts en maçonnerie*, páj. 185).

tida i de llegada, en lugar de la hipótesis de Mery. Es de comprender, por lo demas, que ellos deben colocarse en los centros de figura de la clave i del arranque.

Del depurado se obtiene el siguiente cuadro de datos, que nos servirá para componer esta curva con las de la sobrecarga móvil.

x	y	N
0,00 m.	0,00 m.	87250 kg.
2,00	0,10	88000
4,00	0,40	89500
6,00	0,93	92500
8,00	1,75	98000
10,00	2,93	106000
12,00	4,52	121000
14,00	6,68	142000
15,00	8,00	168000

El primer valor de la columna N es el empuje.

Curva de presión de la sobrecarga móvil cubriendo toda la bóveda

Esta solicitacion vale $\pi = 1500$ kg. por m^2 .

Luego,

$$Q\pi = \frac{\pi l^2}{2f} = \frac{1500 \times 15^2}{2 \times 8} = 21094 = 21100 \text{ kg.}$$

La curva de presión que le corresponde es una parábola de eje vertical con vértice en el oríjen.

Lo mas conveniente i rápido es construirlas por puntos, tomando un número suficiente de abscisas. Hemos elegido las mismas de la curva anterior.

Su ecuacion es:

$$y = \frac{f}{l^2} x^2 = 0036x^2$$

La inclinacion de la tangente respecto a la horizontal:

$$\text{tj}\alpha = 2 \frac{f}{l^2} x = 2 \frac{y}{x},$$

obteniéndose el último miembro al reemplazar $\frac{f}{l^2}$ por su valor $\frac{y}{x^2}$ deducido de la ecuacion de la curva.

El esfuerzo normal vale en cada punto:

$$N = \frac{Q\pi}{\cos \alpha} = \frac{21100}{\cos \alpha}$$

Con estas fórmulas podemos llenar el cuadro de la página siguiente. En él se han calculado para todas las abscisas los valores de y , teniendo en vista la construcción de la curva.

Las demás columnas se han llenado solo para las abscisas que más convienen a la deducción por puntos de la curva resultante entre la que estamos tratando y la de las cargas permanentes.

La columna $tj\alpha$, muy fácil de calcular con las dos primeras, tiene por objeto deducir la cuarta: $\cos \alpha$, valiéndose de un *aide-memoire* cualquiera.

x	$y=0,036x^2$	$tj\alpha = \frac{2y}{x}$	$\cos \alpha$	$N = \frac{21100}{\cos \alpha}$
0,00m.	0,000m	0,00	0,00	21100 kg.
2,00	0,144			
4,00	0,576	0,29	0,96	22000
6,00	1,296			
8,00	2,304	0,58	0,87	24350
10,00	3,600	0,72	0,81	26000
12,00	5,184	0,86	0,76	27000
14,00	7,056	1,01	0,70	30150
15,00	8,000	1,07	0,68	30850

Curva de presión resultante entre las cargas permanentes totales y la sobrecarga móvil cubriendo toda la bóveda (lám.)— Para deducir los puntos de esta curva, correspondientes a las abscisas elegidas, basta componer las presiones N de las curvas parciales; y las intersecciones de estas resultantes con las verticales de sus abscisas darán los centros de presión. Las resultantes mismas serán los nuevos esfuerzos normales. La (fig.) representa esquemáticamente el procedimiento aplicado a algunos puntos.

Para trazar las direcciones de los esfuerzos N pertenecientes a la parábola de presión, que, como sabemos, son las tangentes de ella, se puede aprovechar la propiedad siguiente de esa curva: *si se llevan sobre su eje, en ordenadas negativas, las ordenadas de sus puntos, uniendo los puntos negativos con los de la curva, en correspondencia, se tendrán las tangentes deseadas.* Así, no hay para que construir los ángulos α .

Aplicando la escala al depurado, se deducen los datos que figuran en el siguiente cuadro:

x	y	N
0,00m.	0,00m.	108350 kg.
4,00	0,43	109400
8,00	1,85	121000
10,00	3,05*	131500*
12,00	4,62*	148000*
14,00	6,75	169000
15,00	8,00	198000

(*) Los valores de y y de N con asteriscos, hubo que determinarlos por proporciones aritméticas entre las fuerzas y los brazos de palanca, porque sus direcciones, que se separan muy poco del paralelismo, no se cortan dentro de la lámina.

Las diferencias entre las ordenadas de este cuadro i las correspondientes del de las cargas permanentes, darán las distancias verticales entre las curvas.

Las diferencias con las que aquí no figuran pueden deducirse por interpolacion simple i con ello se tendrán los valores de las mismas ordenadas.

Se puede ver que hemos prescindido solo de algunas abscisas de primer tercio de la semi luz, trecho en el cual las diferencias de que acabamos de hablar son mui pequeñas i que, como se observará despues, es la parte ménos fatigada de la bóveda.

Por otra parte, en esa rejion es donde mas confuso se hace el depurado.

Este cuadro nos servirá para construir la curva (i calcular las articulaciones) la cual corresponde al caso en que el tren está sobre toda la bóveda.

Curvas de presion de la sobrecarga móvil cubriendo solo una semi-bóveda

Para la semi-bóveda cargada, la curva de presion es el arco de parábola.

$$y = \frac{2f}{l^2} x^2 - \frac{f}{l} x = 0,071 x^2 - 0,533x$$

La inclinacion de su tangente es:

$$tj\alpha = \frac{4f}{l^2} x - \frac{f}{l} = 0,142 x - 0,533$$

El esfuerzo normal vale:

$$N = \frac{\frac{1}{2} Q \pi}{\cos \alpha} = \frac{10550}{\cos \alpha}$$

Trazaremos esta curva con mayor número de abscisas para no falsear su formas.

Para la semi-bóveda no cargada, la curva de presion es la recta

$$y = -\frac{f}{l} x$$

Las presiones serán constantes en todos los puntos e iguales a

$$N = \frac{\frac{1}{2} Q \pi}{\cos \alpha} = \frac{10550}{0,88} = 12000 \text{ kg.}$$

Esta curva de presion corresponderá a la semi-bóveda que ahora suponemos cargada, cuando el tren cubra unicamente la otra.

Ambos casos pueden agruparse en el siguiente cuadro:

x	CUANDO LA SEMI-BÓVEDA ESTÁ CARGADA				Id. no cargada	
	$y=0,071x_2 - 0,533x$	$tj\alpha=0,142x - 0,533$	$\cos \alpha$	N	$\cos \alpha$	N
0,00 m	0,00 m	- 0,53	0,88	12000 kg.	0,88	12000 kg.
2,00	- 0,78				»	
abcisa del vértice	3,75 $\left(= -\frac{f}{8} \right)$	0,00				
4,00	- 0,996	+ 0,03	1,00	10550	»	»
6,00	- 0,64					
Abscisa en que corria al eje x.....	7,50 0,00					
8,00	+ 0,28	+ 0,60	0,86	12300	»	»
10,00	+ 1,78	+ 0,89	0,75	14100	»	»
12,00	+ 3,83	+ 1,17	0,66	16000	»	»
14,00	+ 6,45					
15,00	+ 8,00	+ 1,60	0,53	19900	»	»

La columna tercera i siguientes se han calculado solo para los puntos en que se deducirán las curvas resultantes entre estas dos i la de las cargas permanentes.

Curvas de presion resultantes entre la de las cargas permanentes i cada una de las dos últimas. (lám.)

Se emplea el mismo procedimiento gráfico que para las anteriores. Podrian determinarse ámbas en un solo depurado, pero resulta confuso el dibujo, por lo cual hemos preferido hacerlo separadamente.

Aplicando las escalas se obtiene el siguiente cuadro:

X	SEMI-BÓVEDA CARGADA		ID. NO CARGADA	
	Y	N	Y	N
0,00 m.	0,00 m.	98000 kg.	0,00 m.	98000 kg.
4,00	0,25	99000	0,58	100500
8,00	1,60 *	110000 *	2,00 *	109000 *
10,00	2,80	119000	3,15 *	117000 *
12,00	4,45	136600	4,72	133400
14,00			6,77	153200
15,00	8,00	187900	8,00	178000

Estas curvas son las oscilaciones estremas de la curva de presion absoluta de la bóveda, cuando el tren la recorre en una direccion dada.

Observaciones respecto al dibujo de los depurados

Por la experiencia obtenida con nuestros depurados podemos decir:

1.º Que el trazado de las parábolas parciales conviene hacerlo por puntos bastante aproximados, para el buen efecto del dibujo. Abscisas de metro en metro serán suficientes para luces i rebajos pequeños, i de dos en dos metros para los medianos.

2.º Que la composicion de las curvas resultantes conviene hacerla por puntos lo mas separados posible dentro de su objeto cual es, el de apreciar su forma al mismo tiempo que disponer de algunos esfuerzos normales suficientemente repartidos i en las secciones mas convenientes. Las distancias que hemos elejido para la bóveda en cuestion, con la escala de 1/100, nos parecen las mejores. Mientras mayor sea el rebajo, la claridad de los depurados exigirá mayor distancia entre los puntos, sin que por esto deje de haber la suficiente precision.

3.º Es mui conveniente a la claridad de los depurados orijinales trazar con líneas de diferentes colores las curvas de presion, adoptando, por ejemplo, el carmin para la de las cargas permanentes i el azul de prusia para las relativas a la sobrecarga móvil. En los calcos en tela se establecerán las diferencias con líneas llenas i cortadas.

Trazado de las curvas de intrados i trasdos.

Aunque puede decirse que esta es una cuestion previa a los cálculos definitivos, creemos del caso tratarla someramente aquí, por la importancia que tiene en la determinacion económica de los espesores complementarios de la bóveda, por las dificultades que puede ofrecer el fijar las curvas satisfactoriamente en las bóvedas por rebajadas, i, porque al fin de cuentas, solo despues de dibujado exactamente el haz de presion es cuando aparece *verificada* la forma previamente elejida. Esta operacion necesita un depurado aparte.

Si en cada abscisa se determinaran los espesores cumpliendo estrictamente con la lei del trapecio, es decir, satisfaciendo en el límite a la condicion de encerrar las curvas de presion en el tercio central, al unir los puntos extremos con líneas continuas, estas no serian regulares i pecarian por antiestéticas o dificultosas de realizar en la práctica. Lo mismo pasaria si, en el caso que la condicion estricta del tercio diera tasas de trabajo incompatibles con la resistencia del material (bóvedas mui rebajadas i de gran luz), se recurriera a fijar los espesores por la consideracion de que en todas sus secciones la bóveda trabaje al límite máximo admisible (forma teórica de igual resistencia).

Lo único práctico es constituir las por arcos de círculos con acordamiento tanjente entre sí, sin perder de vista la lei trapecial ni los espesores mas económicos posibles. Nace de aquí un juego de consideraciones, fácil de manejarlo con un poco de ejercicio, hasta obtener la solucion promedial satisfactoria. Una coleccion de cerchas circulares (de radios 0,10 m. en adelante) nos ayudó mucho para resolver el punto con relativa rapidez.

A veces podrá convenir tambien separar un poco los centros de las articulaciones de los centros de figura de las secciones respectivas; por ejemplo, cuando no ha sido po-

sible centrar bien el haz de presión en las rejiones próximas a esas secciones; es una variante que puede aconsejar el juego de que hablábamos.

(b).—TASAS DE TRABAJO EN LA BÓVEDA.

Las secciones se tomarán normales a la curva de intrados i estarán espesadas por las abscisas de sus centros de gravedad. Las presiones se deducirán en las aristas mas peligrosas i para cada una de las curvas de sollicitacion tomadas en cuenta en el depurado.

Se considerará solamente una semi-bóveda (la de la izquierda, por ejemplo). I para indicar si hai compresion simple o si no la arista mas peligrosa, pondremos al lado de cada tasa de trabajo la inicial (u) en el primer caso, i las (i) o (t) significando *intrados* i *trados*, en el segundo.

Con estas advertencias se forma el siguiente cuadro:

Seccion de abscisa x =	Curvas de p. de las cargas perm. tot.	Id. id. cuando el tren cubre toda la bóveda.	Id. id. cuando el tren cubre la semi-bóveda considerada.	Id. id. cuando el tren cubre la otra semi-bóveda	OBSERVACIONES
0,00 m.	(u) 11,6 kg.	(u) 14,4 kg.	(u) 13,0 kg.	(u) 13,0 kg.	articulacion de la clave.
2,00	» 7,3				
4,00	» 6,6	(i) 7,7	(t) 12,21	(i) 13,2	} rejion del riñon.
6,00	» 6,25				
8,00	» 6,2	» 9,7	» 10,6	» 11,9	
10,00	» 6,6	» 10,1	» 10,8	» 10,9	
12,00	» 7,6	» 12,6	» 10,1	» 13,0	
14,00					
15,00	» 13,4	(u) 15,8	(u) 15,0	» 14,2	articulacion del arranque

Las cifras resaltantes indican la mayor presión en cada seccion, i se nota que, salvo en las secciones extremas, la curva que mas hace trabajar es la inferior del depurado. Esto corrobora lo dicho en ocasion anterior respecto a las dos curvas extremas del haz.

Se notará tambien que las máximas presiones absolutas aparecen en las secciones con articulacion, debido a que se calculan no para las superficies de albañilería, sino para las de los descansos de las articulaciones, que son menores. Así, en la clave, la seccion de albañilería es $\frac{1.00}{0,75} = 1,333$ i en el arranque $\frac{1,40}{1,25} = 1,12$, mayores que las de los descansos correspondientes a sus articulaciones. (Siempre se debe dejar una diferencia para resguardo de las aristas.)

En contraposicion a esta mayor tasa de trabajo, está el hecho observado que el sobrante de seccion trae consigo una mayor resistencia absoluta del material, por unidad superficial directamente cargada. Segun esperiencias de Durand-Claye, esta mayor resistencia es, aproximadamente, de 15% para un exceso de superficie de $\frac{1}{3}$, como en el caso actual de la clave; de modo que la tasa de trabajo de 14,4 kg., queda reducida a 12,5 kg.

refiriéndola al valor normal de la resistencia. Por no tener el dato de sobre-resistencia para el 12% de exceso de superficie que resulta en el arranque, la estimaremos, como simple parecer, en 8%, obteniendo así la presión 14,6 kg., en vez de 15,8 kg.

Del mismo modo se reducirán las demás presiones de estas dos juntas.

Para calcular la presión en las aristas más peligrosas se empleó la fórmula muy conocida:

$$\frac{R}{S} = 2 \left(2 - 3 \frac{u}{e} \right) \frac{N}{e \times 100}$$

correspondiente a la ley trapecial.

*Observaciones que se deducen de las tasas de trabajo.—Proporción para el concreto.
1 cm. × 2,5 arena × 5 piedra chancada*

Del cuadro anterior se deduce, considerando la sobre-resistencia:

1.º Para la sollicitación por peso muerto, que es la que se hará sentir con permanencia sobre la bóveda, las presiones no pasarán de 12 kg.

2.º La máxima presión cuando intervenga la sobrecarga móvil, será de 14,6 kg., para su posición más desfavorable.

3.º A pesar de ser los espesores bastante menores que los que corresponderían a una bóveda empotrada, en las mismas condiciones (*) esas tasas de trabajo, relativamente moderadas, demuestran lo económica que resulta la bóveda articulada cuando se consigue centrar bien el haz de presión.

Por otra parte, refiriéndonos a los cuadros numéricos de las curvas de presión, se ve que los esfuerzos mayores debidos solo a la sobrecarga móvil valen entre $\frac{1}{4,1}$ i $\frac{1}{5,4}$ de los correspondientes al peso muerto total; de donde se deduce que los efectos dinámicos se harán sentir muy poco o nada; i que hemos sido muy prudentes al tomarlos en cuenta aumentando la sobrecarga móvil en un 15%.

Volviendo al cuadro de las presiones en la bóveda, se nota que esas cifras están muy por debajo de la tasa práctica de 20 kg., que anteriormente dimos como sancionada por la experiencia de puentes análogos existentes, para el concreto de 1 × 2,5 × 5. Luego, adoptando esta misma proporción para nuestra bóveda, quedará por demás destruida la objeción que alguna vez se nos ha hecho: de ser la mano de obra menos hábil en Chile que en Europa para confeccionar el concreto; i la apuntamos dando por sentado que ello sea así, pues, a nuestro parecer, no se ve dónde puede haber secreto en esta albañilería, si el precio unitario compensa al pliego de condiciones que para construirla se exija. En cuanto a la objeción irracional que también se nos ha hecho relativa a una defectuosa construcción por falta de honradez del contratista i de vigilancia de parte del ingeniero-inspector, no cabe otro argumento que decir: pudiendo construirse la bóveda fácilmente en

(*) Según las fórmulas de Croizette-Desnoyer, los espesores serían: 1,20 m. en la clave, i 2,20 m. en el arranque,—haciéndolas estensivas a la luz de 30 m., que es muy grande para las bóvedas empotradas.

un mes, el ingeniero que la inspecciona tendrá si quisiera un átomo de conciencia i de sentido comun para ligarla a su honor i reputacion profesionales, mucho mas si del éxito local depende la aplicacion del nuevo sistema a muchos futuros puentes, i con él se obtiene mejores condiciones de estabilidad i economía. Por lo demas i discurriendo a pura lójica — no hai mayor motivo para que un defecto de construccion sea mas perjudicial a las bóvedas articuladas que a las comunes, i aun diríamos que a las vigas metálicas por el solo hecho (pues no hai otro) de estar reducidas sus dimensiones a lo que la verdadera estabilidad práctica aconseja. Seria preciso que el exceso de materia de la bóveda empotrada, relativamente a la articulada, constituyera algo como una reserva de resistencia, la cual entraria en juego, a manera de resorte, para neutralizar el defecto de construccion, — cuando la verdad es que *no sabríamos probar siquiera* que dicho exceso *no aumentará* las consecuencias de la mala construccion, — i que debemos darnos por satisfechos si con construccion mui buena, exceso i todo, la bóveda empotrada *resulta de hecho* estable cada vez que se la emplee.

(d). — ARTICULACIONES

(fig. 10, lam.)

Cada articulacion será constituida por un eje continuo (*) de acero, de todo el largo de ella (i un poco ménos que el ancho de la bóveda para taparlas exteriormente, por razon de simple estética) i cojinetes de fundicion, compuestos de planchas de descanso con refuerzos equidistantes, que envuelvan de cada lado casi la *mitad del contorno del eje*. Estos cojinetes se harán por trozos iguales, de la longitud mas conveniente al moldaje (a fin de emplear un solo molde), al transporte i colocacion de ellos en obra; creemos que el largo de 1 m. será práctico, pero es mejor dejarlo — dentro de la correccion del procedimiento — a la iniciativa del establecimiento de fundicion. La disposicion adoptada es de lo mas sencilla i práctica, conforme a la indicada por Mr. Bourdelles en su estudio ya citado, salvo el agregado de hacer simétricos los brazos de refuerzo respecto a la horizontal del centro, para que quede en la parte superior solo un pequeño hueco, con lo cual se consigue al mismo tiempo mas rijidez. Toda la articulacion irá tapada por una hoja de plomo de 10 mm. de espesor, formando envoltura, bien cerrada en todas partes o deposito, que contendrá una sustancia lubricante como aceite grueso, alquitran, etc., en la cual estará ahogada la rótula. El plomo sirve todavia a otro objeto, el de poder mantener uniforme la presion que transmiten los descansos por su intermedio a la albañilería, por que si un defecto de contacto (caso de lo mas improbable) de la albañilería con los descansos trajera consigo que algunos puntos de la junta trabajen peligrosamente en el primer momento, dicho metal acusaria la desigualdad plegándose de manera a hacerla desaparecer ántes que el peligro se hiciera efectivo, por su notable propiedad (característica) de ser mui plástico sin perder su resistencia primitiva a la compresion, como se

(*) Bourdelles recomienda con justa razon la continuidad del eje para la unidad de jiracion de la rótula.

ha demostrado en experiencias llevadas hasta mas de 100 kg. por mm.^2 . Por otra parte, no ofrecerá rijidez a los movimientos de conjunto de las semi-bóvedas.

El lubricante, que es mui recomendado por todos los que últimamente han tratado estas bóvedas, hace mas celosas las rótulas disminuyendo el rozamiento, i protege el metal, i si las dimensiones de las piezas se calculan con un poco de exceso, hai razon para decir con Mr. Bourdelles, que la articulacion durará tanto como la albañilería i que no es una objeccion al sistema el acusarlo de esta heterojeneidad inofensiva.

Cálculo de la articulacion del arranque.—Se tomará su presion mayor $N=198000$ kg. Esta carga es por m. c. transversal de bóveda. Estando distribuidos los brazos de los cojinetes como lo indica la figura, resultan 5 por m. c., i cada uno recibirá una presion total de $\frac{198000}{5}=39600$ kg.

La fórmula que da el diámetro del eje (apropiada de una de *Resal*) (*) es:

$$d = \frac{N}{e \frac{R}{S}}$$

siendo e el espesor del brazo; aquí $e=60$ mm.

A fin de obtener d en números redondos, adoptaremos $\frac{R}{S} = 5,5$ kg. por mm.^2 .

$$d = \frac{39600}{60 \times 5,5} = 120 \text{ mm.}$$

Cálculo de la articulacion de la clave.—Hai la misma distribucion de brazos del mismo espesor. Se tomará $N=108350$ kg., por ser su mayor presion; i haciendo $\frac{R}{S} = 5,1$ kg. resulta:

$$d = \frac{21670}{60 \times 5,1} = 70 \text{ mm.}$$

NOTA.—Este diámetro ha sido experimentado en jiracion de rótulas por Mr. *Tavernier* (Ann. des P. et Ch. — 1899, III trim.)

CÁLCULOS DE DEFORMACION DE LA BÓVEDA.

A fin de dar una idea sobre la insignificancia del valor absoluto de las deformaciones, que, por el juego de las articulaciones, afectarán unicamente a la forma geométrica de la bóveda, evitando las acciones suplementarias del empotramiento, aplicaremos las fórmulas dadas al estudiar la teoría.

(*) *RESAL*, *Ponts metalliques*, páj. 95. (Es mui fácil deducirla).

Deformacion debida a la sobrecarga móvil cubriendo toda la luz.

Sabemos que esta sollicitacion da el mayor movimiento de la clave.

Abajamiento de la clave.

$$\Delta f_{\pi} = \frac{\pi}{\Omega E} \cdot \frac{l^4}{f^2} \cdot \frac{15 l^2 + 20 f^2}{40 l^2 - 48 f^2}$$

$$\pi = 15,00 \text{ kg. por cm. corrido}$$

$$E = 2 \times 10^9 \text{ por m}^2 = 2 \times 10^8 \text{ por cm.}^2$$

$$\Omega = 15000 \text{ cm (espesor medio de bóveda).}$$

$$l = 1500 \text{ cm.}$$

$$f = 800 \text{ cm.}$$

luego,

$$\Delta f_{\pi} = \frac{15,0 \times 1500^4 (15 \times 15000^2 + 20 \times 800^2)}{15000 \times 200000 \times 800^2 (40 \times 1500^2 - 48 \times 800^2)}$$

$$\Delta f_{\pi} = 0,03 \text{ cm} = 0,3 \text{ mm}$$

Resulta que el abajamiento máximo total de la clave es de *tres décimos de milímetro*; i aunque en la fórmula se haya supuesto que la fibra media sea parabólica i constante el espesor de bóveda, lo que no es el caso en cuestion, se puede decir, por lo menos, que el abajamiento no pasará de medio milímetro.

Direccion de la rótula.

Se dijo que $\Delta f_{\pi} = 0,3 \text{ mm}$ es el seno del ángulo de jiracion.

Como el radio del eje de la rótula es $r = 35 \text{ mm}$, el arco de jiracion o de rozamiento que ella describirá en si misma será:

$$\text{arc} \left(\text{sen} = \frac{0,3}{35} \right) = 0^{\circ} - 30'$$

Deformacion debida a una variacion de temperatura.

Supongamos que la *temperatura media* de la bóveda haya sido de 15° , i que se trate de un aumento de 20° como término medio, es decir, tomando en cuenta que en la masa interior se hará sentir menos la variacion que en la superficie directamente en contacto con el aire.

$$\Delta f_t = a \cdot t^{\circ} \cdot \frac{15 l^4 + 10 l^2 f^2 - 6 f^4}{20 l^2 f - 24 f^3}$$

$$\alpha = 0,00001 \quad (\text{coef. dilat. lineal concreto})$$

$$t^{\circ} = 20^{\circ}$$

$$l = 1500 \text{ cm}$$

$$f = 800 \text{ cm.}$$

$$\Delta f_t = 0,00001 \times 20 \frac{15 \times 1500^4 + 10 \times 1500^2 \times 800^2 - 6 \times 800^4}{20 \times 1500 \times 800 - 24 \times 800^3}$$

$$\Delta f_t = 0,5 \text{ cm} = 5 \text{ mm.}$$

Esta será la elevación de la clave.

Jiracion en sí misma de la rótula:

$$\text{arc} \left(\text{sen} = \frac{5}{35} \right) = 8^{\circ}$$

Resulta que los cambios de temperatura ejercerán mas influencia que la sobrecarga móvil sobre la deformación de la bóveda.

(Continuará).



PUENTE SAN MIGUEL *Fernando Azeaga*

DIAGRAMAS



