

TRIANGULACION DEL TÚNEL DEL "ÁRBOL"

JENERALIDADES

El túnel del Arbol pertenece al Ferrocarril en construccion de Alcones a Pichilemu, i su ubicacion corresponde al kilómetro 12 de la estacion de Alcones. Tiene una lonjitud de 1.900 metros, i es en la actualidad el mas largo que se haya ejecutado en Chile. Su perforacion se inició en Diciembre de 1900, i sus puntos directores fueron fijados por la comision de ingenieros encargada, en esa época, de la construccion del ferrocarril i de los estudios necesarios para la prolongacion de la línea a la costa.

La Direccion de Obras Públicas estimó que, tratándose de una obra de cierta importancia, convenia determinar con todo el rigor posible los elementos necesarios para la perforacion definitiva del túnel, operacion que no le fué posible efectuar en esa forma a la comision ya citada, por no disponer del tiempo necesario i, luego, porque no contaba tampoco con los instrumentos de precision adecuados al caso.

La Direccion nombró entónces una comision compuesta del ingeniero señor don Eduardo Barriga i de los infrascritos para que practicasen las operaciones topográficas necesarias; lo que hicimos en Julio del año próximo pasado, correspondiendo a nosotros ejecutar la triangulacion, ya que el ingeniero señor Barriga prefirió tomar a su cargo la nivelacion por encontrarse con su salud un poco quebrantada.

Operaciones por ejecutar.—Como se ha dicho anteriormente la comision habia fijado ya el eje del túnel, i las direcciones de ataque estaban indicadas por tres monolitos de albañilería: uno de cumbre i dos en las proximidades de las bocas.

Nuestro trabajo se reducía, por tanto, a ejecutar las tres operaciones siguientes:

- 1.^a *Ubicacion definitiva de los puntos directores en los monolitos;*
- 2.^a *Determinacion de la distancia entre los monolitos extremos, i*
- 3.^a *Encontrar la diferencia de nivel entre los mismos monolitos.*

I.—UBICACION DEFINITIVA DE LOS PUNTOS DIRECTORES EN LOS MONOLITOS

Esta operacion era mui sencilla por cuanto del monolito de cumbre se podian visar los dos monolitos de boca, i era lójico suponer, desde luego, que los puntos marcados por la comision debian estar sensiblemente en línea recta. Todo se reducía, por consiguiente, a rectificar uno de los monolitos de boca, en el caso de existir una pequeña desviacion.

Se adoptó como dirección fija la que correspondía a los monolitos oriente i cumbre, dejando para verificar el monolito poniente, que se encontraba más próximo.

Aun cuando la operación de inversión del anteojo no ofrece de ordinario ninguna dificultad, en el caso presente las visuales dirigidas desde la cumbre a cada una de las bocas tienen inclinaciones muy diferentes (fig. 1), i era de esperar que una desnivelación cualquiera del eje de rotación del anteojo, o un resto de colimación que poseyera el instrumento podía afectar sensiblemente los resultados obtenidos.

Instalados en el monolito de cumbre hicimos diversas inversiones, previa corrección escrupulosa de la colimación del instrumento i nivelando cada vez el eje de rotación del anteojo. Se reconoció de este modo una pequeña desviación en el monolito poniente, desviación cuya importancia era difícil fijar en su verdadero valor, por tratarse de un ángulo pequeño. Las consideraciones del párrafo anterior manifiestan que este procedimiento no ofrece suficiente garantía de exactitud i hubo necesidad de emplear un sistema que eliminara los efectos de la colimación.

Con este objeto, se colocó en el monolito poniente una mira horizontal dividida de 2 en 2 centímetros i que llevaba marcados con círculos negros los decímetros (fig. 3), e hicimos entonces dos series de operaciones:

a) Se visaba la aguja del monolito oriente, i haciendo tránsito se anotaba la lectura de la visual en la mira; se hacia jirar el instrumento 180° i se repetía la operación en la misma forma.

Estando el eje vertical del instrumento perfectamente nivelado, el término medio de las lecturas encontradas en las dos inversiones es independiente del error de colimación i de nivelación del eje de rotación del anteojo.

Los resultados obtenidos en esta primera serie son los que siguen:

Posición del círculo	Lectura de la regla	Términos medios
Izquierda.....	m. 0.17	
Derecha.....	» 0.33	m. 0.250
Derecha.....	m. 0.17	
Izquierda.....	» 0.31	m. 0.240
Izquierda.....	m. 0.16	
Derecha.....	» 0.31	m. 0.235
Término medio jeneral.....		m. 0.242

b) Se repitieron las lecturas como en el caso anterior; pero nivelando directamente el eje de rotación del anteojo para cada uno de los tránsitos.

Las lecturas obtenidas en esta forma no quedaban afectadas sino del error de colimación i la lectura media debía ser, seguramente, independiente de todo error.

Se obtuvieron así las siguientes lecturas:

Posicion del circulo	Lectura de la regla	Términos medios
Derecha.....	m. 0.22	
Izquierda.....	» 0.30	m. 0.26
Izquierda	m. 0.30	
Derecha.....	» 0.20	m. 0.25
Término medio jeneral.....		m. 0.255

Se ve que los resultados difieren mui poco entre sí i, como la segunda manera de proceder presenta mas garantías de exactitud, creemos lójico aceptar como lectura definitiva la de m. 0.250, mas próxima del término medio de la série b.

La figura 3 indica, para la aguja del monolito, la lectura m. 0.200; lo que da para la desviacion del monolito

$$\frac{m.}{0.250} - \frac{m.}{0.200} = \frac{m.}{0.05}$$

o sea una desviacion angular de

$$\frac{0.05 \times 206265}{792} = 13'' \tag{1}$$

II.—DETERMINACION DE LA DISTANCIA ENTRE LOS MONOLITOS DE BOCA

Instrumentos elejidos.—Preocupados desde el primer momento en obtener resultados de la mayor exactitud posible, sin salir de los límites de los trabajos topográficos, nos proveimos de un par de teodolitos Troughton de graduacion bien comprobada, i que daban respectivamente 10 i 20 segundos con toda claridad, pudiendo estimarse sin dificultad fracciones aun menores.

Para la medida de las bases desechamos, desde luego, el procedimiento de medicion por regla; no solo porque habia cierta dificultad para procurárnoslas en buenas condiciones, sino porque, dada la naturaleza accidentada del terreno, tal procedimiento habria sido largo i laborioso.

Pensamos que en esas circunstancias tendria cabida el sistema de medicion por alambres, i nos decidimos por él.

No existiendo en el comercio estos alambres de medida tuvimos que fabricarlos nosotros mismos, valiéndonos de un magnífico patron norte americano que nos fué facilitado por la comision de límites.

Fabricacion del alambre de medida.—Entre los alambres de acero que se encuentran en el comercio se prestan mui bien para el objeto los que se usan en las cuerdas de piano, porque son alambres resistentes i tienen bastante longitud; pero es necesario con-

(1) El denominador es la distancia aproximada entre los monolitos cumbre i poniente. La desviacion es del lado norte.

siderar que la tension a que se someta el alambre no provoque fatigas considerables en el metal, dando márgen a deformaciones permanentes.

Se ha elejido un alambre que pesa 6 gramos por metro corrido, lo que da 0.8 m/m^2 de seccion i, adoptando 10 klgs. para la tension, se llega a una tasa de $12.5 \text{ klgs. por m/m}^2$: o sea, proximately, la mitad de la carga a que comienzan las deformaciones permanentes.

El límite de tension obliga tambien a limitar el largo del alambre, a fin de no obtener grandes flechas, que dificultarian la medicion en terreno accidentado. Se adoptó un alambre de 60 metros de longitud que, con la tension de 10 klgs. aceptada, produce una flecha aproximada de 0.27 metros.

Fijacion de los índices (1).—Los índices que marcan el 0 i el 60 metros en el alambre, se señalaron por medio de rayas hechas en un forro cilíndrico de bronce que se habia soldado al alambre (fig. 4) i las cuales se fijaron previamente, sin dificultad, con algunos milímetros de aproximacion.

La determinacion exacta de la distancia entre índices se hace, en seguida, por comparacion; pero es preciso operar en condiciones especiales para precaverse, sobre todo, de indicaciones falsas en la temperatura, que falsearian sensiblemente los resultados.

Se elijió por este motivo una mañana nublada, i se tomó todavia la precaucion de estender el alambre i el patron sobre un riel de línea férrea, dejándolos allí el tiempo necesario para que tomaran la temperatura misma del riel. Los termómetros pertenecientes al patron i al alambre se colocaron tambien sobre el riel, reservando un tercero para tomar la temperatura ambiente.

Una vez que se estableció la uniformidad de temperatura, se hizo la confrontacion de los índices: se colocaron los alambres uno al lado del otro con las tensiones respectivas, que se obtenian por medio de dinamómetros, i se leia simultáneamente en ambos extremos la distancia entre índices con una aproximacion de 0.1 de milímetro; despues de diversas comparaciones hechas escrupulosamente se llega a establecer los elementos necesarios para fijar las constantes del alambre.

Se tiene:

PATRON DE LA COMISION DE LÍMITES

<u>Constantes</u>	<u>Observaciones</u>
Tension = 5 klgs. Temperatura = 0° Coef. de dilatacion = 0.000011 Longitud, estando apoyado en toda su estension $L_0 = 60.0010 \text{ m.}$	} Datos indicados por «Office of Standard Weights and Measures» United States.

(1) Por falta de tiempo no fué posible hacer sub-divisiones en el alambre.

DATOS TOMADOS DURANTE LA COMPARACION

	<u>Patron</u>	<u>Alambre</u>	
Termómetros.....	9°4	9°7	(1)
Tensiones.....	5.00 klg.	10.00 klg.	
Longitudes	L_t	$l_t = L_t - 0.0006$	

Con las constantes del patron, se obtiene para L_t

$$L_t = 60.001 (1 + 0.000011 \times 9^{\circ}4) = 60.0072 \text{ m}$$

lo que da para l_t , durante la observacion

$$l_t = 60.0072 - 0.0006 = 60.0066 \text{ m}$$

la longitud del alambre, a 0° de su termómetro, será así de

$$l_0 = 60.0066 (1 - 0.000011 \times 9^{\circ}7) = 60.0002 \text{ m.}$$

(Se adopta el coeficiente de dilatacion del patron, por no conocer exactamente el que corresponde al acero del alambre).

Las constantes de nuestro alambre serán, por tanto

ALAMBRE DE MEDIDA

<u>Constantes</u>	<u>Observaciones</u>
Tension = 5 klg.	
Temperatura = 0°	Con el termómetro del alambre
Coef. de dilatacion = 0.000011	
Longitud $l_0 = 60.0002$	Alambre apoyado en toda su estension

Alambre suspendido por sus extremos. Longitud.—En el terreno no hai posibilidad práctica de proceder con el alambre apoyado en toda su estension i, de consiguiente, es preciso deducir previamente la distancia entre índices, para el caso del alambre simplemente apoyado en las estremitades.

Supongamos que A i B (fig. 5) sean los índices extremos del alambre en los cuales se ha hecho la suspension. El problema se reduce a determinar la diferencia entre el desarrollo de la curva $A m B$ i la cuerda $A B$.

Dadas las condiciones del alambre, peso, tension etc., la curva $A m B$ (que en rea-

(1) El termómetro de que estaba provisto el patron no marchaba de acuerdo con el que correspondia al alambre: de ahí la diferencia de lecturas.

lidad es una catenaria), se puede considerar, sin error apreciable, como una parábola; i, tratándose de desarrollo, no hai tampoco inconveniente en asimilarla a un círculo.

En esta última hipótesis el problema es mui sencillo, i si llamamos c la longitud de la cuerda, s el desarrollo del arco i R el radio del círculo, se tiene

$$\frac{c}{2} = R \operatorname{sen} \alpha \qquad c = 2 R \operatorname{sen} \alpha \qquad (1)$$

Ademas

$$\alpha = \frac{s}{2} : R \qquad 2 R = \frac{s}{\alpha}$$

lo que da

$$c = \frac{s}{\alpha} \operatorname{sen} \alpha$$

Para la diferencia entre el arco i la cuerda se obtiene así

$$s - c = s \left(1 - \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha} \right)$$

desarrollando $\operatorname{sen} \alpha$ en série

$$\operatorname{sen} \alpha = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \dots$$

i la fórmula anterior se convierte en

$$s - c = s \left(1 - 1 + \frac{\alpha^2}{6} \right) = \frac{s \alpha^2}{6}$$

Por ser $s - c$ mui pequeño, se puede reemplazar s por c en el 2.º miembro, llegando entónces a la fórmula

$$s - c = \frac{c \alpha^2}{6} \qquad (2)$$

El valor de α que aparece en el 2.º miembro lo calcularemos valiéndonos de las fórmulas de la parábola, que las establecemos desde luego por ser necesarias mas adelante.

Si referimos la parábola a los ejes x e y que pasan por el vértice i consideramos el equilibrio de la mitad de esta curva (fig. 6), tendremos una 1.ª ecuacion de momentos en torno del punto B .

$$T_0 y - p x \frac{x}{2} = 0 \qquad y = \frac{p x^2}{2 T_0} \qquad (3)$$

Por otra parte, una ecuacion de traslacion horizontal nos da

$$T_0 = T \cos \alpha \tag{4}$$

i finalmente una ecuacion de traslacion vertical, produce

$$-T \operatorname{sen} \alpha + px = 0 \qquad \operatorname{sen} \alpha = \frac{px}{T} \tag{5}$$

Esta última ecuacion combinada con la (4), da la otra ecuacion fundamental

$$tj \alpha = \frac{px}{T_0} \tag{6}$$

Como en el extremo A, $x = \frac{c}{2}$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{p c}{2 T} \tag{7}$$

Ahora bien, para el caso de nuestro alambre, se tiene

$$\begin{aligned} p &= 6 \text{ gramos.} \\ c &= 60,00 \text{ metros (eso basta).} \\ T &= 10,000 \text{ gramos.} \end{aligned}$$

Por tanto

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{6 \times 60}{20000} = 0,018$$

Como

$$\alpha = \operatorname{sen} \alpha + \frac{\operatorname{sen} \alpha^3}{6} + \dots$$

i el término $\frac{\operatorname{sen} \alpha^3}{6} < 0,000001$ se puede despreciar, resulta

$$\alpha = \operatorname{sen} \alpha \tag{8}$$

i la fórmula (2) nos da

$$S - c = \frac{60 \times 0,018^2}{6} = 0,0032 \text{ m.}$$

La distancia entre apoyos de nivel es, por fin

$$60,0002 - 0,0032 = 59,9970 \text{ m.}$$

Esta cantidad, que es una constante del alambre, se aplicará rara vez en terreno accidentado i el caso corriente en la práctica será el de apoyos a distinto nivel. Hai necesidad, en consecuencia, de determinar la diferencia entre el arco i la cuerda que corres-

ponde a distintas inclinaciones del alambre; pero conviene observar que esa diferencia—máxima para el caso de apoyos a nivel—llega a ser 0 cuando el alambre es vertical i, tratándose de límites tan estrechos (0 i 0,0032 m.), se divisa ya que, para inclinaciones moderadas, no deben existir modificaciones que merezcan ser tomadas en consideracion. Sería fácil calcular una tabla que nos diera a conocer las diferencias que correspondan a diversas inclinaciones; pero nos bastará dejar establecido que, para inclinaciones hasta de 0.30 m. no hai error apreciable en proceder con la lonjitud determinada para el alambre colgado en apoyos a nivel.

Eleccion de los puntos para la triangulacion.—En el terreno la posicion mas adecuada para la medida de una base correspondia a la cumbre misma del cordon de cerros que el túnel franquea, no solo porque el terreno era allí ménos accidentado i mas despejado que el resto, sino porque una vez medida i comprobada dicha base, quedaba la facilidad de fijar directamente el monolito poniente sin necesidad de apelar a triángulos auxiliares que complican las operaciones.

Se necesitaba entónces la doble condicion que desde los extremos de la base fuera posible visar el monolito poniente, i que la amplitud de dicha base estuviera en proporcion con los lados máximos de la triangulacion, para evitar intersecciones mui agudas.

La situacion AB para la base (fig. 2) realizaba en lo posible esa doble condicion, i se aceptó por esto como base inicial de las operaciones.

La distancia del monolito A —que sirve de extremo a la base—al monolito oriente, alcanza, en términos jenerales, a 1570 m. i, como la base AB tiene un largo aproximado de 212 m., resulta para la base, una paralaje de 7,95 mas o ménos.

En estas condiciones la fijacion del monolito E por triangulacion directa de la base AB no sería conveniente, porque un pequeño error en el ángulo de paralaje tendria gran influencia en el lado que se trata de fijar.

Para concretar mas las ideas vamos a determinar la tolerancia admisible en el ángulo de paralaje E , para limitar a 0,20 m., por ejemplo, el error en el lado AE (fig. 7).

Llamando b la base del triángulo, l el lado por calcular, B un ángulo de base i α el ángulo de paralaje, se tiene la fórmula

$$l = \frac{b \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Si consideramos constantes las cantidades b i B , para no tomar en cuenta sino el error que proviene de α , se tiene

$$dl = \frac{-b \operatorname{sen} B \cos \alpha}{\operatorname{sen}^2 \alpha} d\alpha$$

reemplando l por su valor queda

$$dl = \frac{-l \cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha} d\alpha = \frac{-l}{\operatorname{tg} \alpha} d\alpha$$

En el caso nuestro sabemos que

$$\begin{aligned} l &= 1570 \text{ m.} \\ \alpha &= 7^{\circ},5 \\ dl &= 0,20 \text{ m.} \end{aligned}$$

con lo cual se obtiene para $d\alpha$, en segundos

$$d\alpha'' = \frac{0,20 \times 0,13}{1570} \times 206265'' = 3,4$$

límite que es demasiado pequeño para imponerlo, de antemano, a los instrumentos que empleábamos (1).

Estas consideraciones nos indujeron a establecer una base intermedia CD que calculada con escrupulosidad, serviría para la fijación definitiva del monolito oriente.

Como una verificación general de conjunto se fijó también en el terreno una base EG : la comparación entre el largo obtenido por medición directa i el largo calculado para esta base dará, hasta cierto punto, la medida de la exactitud con que se ha procedido al recoger los datos de la triangulación.

La configuración del terreno no permitió ubicar la base de comprobación en la situación más adecuada para el caso; pero su débil inclinación respecto al eje del túnel tratará de abultar los errores que provengan de la comparación, lo que parece favorable.

Los vértices de la triangulación quedan, en resumen, constituidos en la forma que indica el croquis de la (fig. 2) siendo A i F dos de los monolitos que existían como puntos directores; el punto E está situado en el eje del túnel i a 2,30 m. de distancia del monolito oriente (2).

Fijación de los puntos en el terreno.—Los puntos B, C, D, E i G se fijaron en el terreno por medio de gruesos estacones de madera enterrados a fondo, i en su cabeza se practicó un barreno de 0,10 m. de profundidad, en el cual se colocó la banderola empleada.

Estas consistían en tubos de fierro hueco de media pulgada de diámetro, i rellenas con plomo en su parte inferior para darles mayor estabilidad; se las mantenía superiormente por tres cuerdas atadas a estacones fijados también en el terreno.

Se despejó convenientemente el terreno para poder visar siempre el pié de las banderolas.

Los monolitos poseían una aguja enterrada dentro de la albañilería i se dispuso, detrás de ellas, pantallas pintadas de blanco que hacían destacar su figura con claridad evitando, así, la indecisión en las punterías.

Medida de la base AB .—La (fig. 8) indica el perfil aproximado del terreno en la

(1) Para el monolito poniente se tiene $\alpha = 13,5^{\circ}$ próx. i $l = 792$ m. de modo que una tolerancia de 0,10 m. en el lado, impone un límite de aproximación a la paralaje de solo 6,3", lo que se obtiene fácilmente como se verá más adelante.

(2) No se hizo observación en el monolito mismo porque las condiciones de luz no eran satisfactorias dentro del observatorio.

situación elejida para la base AB . Como se ve, no hai posibilidad de tender directamente el alambre de medida desde el punto A al punto n que correspondia al largo de 60 metros de nuestro alambre, i hubo necesidad, por esto, de colocar un punto de apoyo intermedio, m .

La distancia mn la medimos directamente valiéndonos de una huincha de 25 metros perfectamente comprobada que habíamos llevado, para apreciar las fracciones que el patron, por su carencia de subdivisiones, no permitia tomar.

Se dispuso en m un rodillo especial que no introdujera perturbaciones en la tensión del alambre i, ántes de hacer las anotaciones definitivas de la medida, se comprobó, con el ausilio de dos dinamómetros, que se realizaba la igualdad de tensiones en ambos extremos (en realidad debe existir una pequeña diferencia de tensiones, que no alcanza a ser acusada por los dinamómetros).

Los trozos no i op se midieron directamente con el alambre tendido por sus extremos.

Finalmente las dos fracciones pq i qB se midieron con la huincha de 25 metros.

Cada trozo de la base se midió separadamente tres veces consecutivas, cambiando cada vez el operador, i los resultados fueron tan uniformes, que nos dejaron la impresión de que la medida jeneral se encuentra aproximada a un milímetro.

Para la reduccion al horizonte, se midieron los ángulos de inclinacion de los distintos trozos con una aproximacion de 1 minuto, lo que basta para las lonjitudes de que se trata.

Conviene hacer notar que el sistema de medicion con el alambre apoyado en puntos intermedios, no entraña nuevas complicaciones.

En efecto, consideremos el alambre apoyado en los puntos intermedios m i n (fig. 9) siendo $AmnB$ el largo total del alambre, que se conoce, i que llamamos l .

La distancia horizontal entre los puntos A i B será igual a:

$$A'B' = (d - \epsilon - r) + (d' - \epsilon' - r') + (d'' - \epsilon'' - r'')$$

siendo d el desarrollo del alambre entre apoyos
 ϵ correccion arco-ménos cuerda
 i r reduccion al horizonte

Sumando se tiene.

$$A'B' = (d + d' + d'') - (\epsilon + \epsilon' + \epsilon'') - (r + r' + r'')$$

o bien

$$A'B' = l - (\epsilon + \epsilon' + \epsilon'') - (r + r' + r'')$$

El valor $A'B'$ es funcion, pues, de dos especies de cantidades: una constante l i otra ϵ i r variables i que dependen de la distribucion de los apoyos intermedios.

Sabemos que las cantidades ϵ i r son funciones de esta especie:

$$\epsilon = \frac{c \alpha^2}{6} \qquad r = c \times 2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} i$$

siendo i el ángulo de inclinacion de la cuerda con el horizonte.

Como los coeficientes de c en estas espresiones son en general mui pequeños (en nuestro caso de 0,02 a 0,03) se ve inmediatamente que no hai necesidad de apreciar los valores de c con todo rigor, pudiendo entónces ser medidos con el ausilio de una huincha corriente. Así una tolerancia de 0,005 m. en la apreciacion de las distancias entre apoyos, daria en definitiva una diferencia máxima de solo $0,005 \times 0,03 = 0,00015$ que no vale la pena de considerar.

Medida de la base A B.—Los datos recojidos en el terreno son los que indica el cuadro siguiente:

Indicaciones	Tensio- nes	Tempe- raturas	Desarrollos anotados	Inclinaciones	OBSERVACIONES
Fraccion $m n$	5 klg	5,0° c	m. 11,162	-13°-07'	Medido con la huincha
» $A m$	10 »	5,0° »	- 5°-03'	Deducido por diferencia
» $n o$	10 »	5,1° »	Un alambre	-15°-09'
» $o p$	10 »	5,5° »	Un alambre	+ 7°-00'
» $B q$	5 »	5,7° »	Una huincha	+14°-06'	Medido con la huincha
» $p q$	5 »	5,8° »	m. 10,665	+ 8°-58'	» » »

CORRECCIONES DE LA BASE AB

La huincha pesa 15 gramos por metro i tiene una longitud de 24,996 m. a 0° i 5 klgs. de tension.

Las constantes del alambre nos son ya conocidas.

Las correcciones referentes a cada trozo de la base son las que siguen:

Trozo m n

Longitud medida		= 11,1620 m.
Correccion de la huincha	= $\frac{11,2}{25} + 0,004$	= -0,0018 »
» de temperatura	= $11,16 \times 0,000011 \times 5$,	= +0,0006 »
		Longitud calculada = 11,1608 m.

Trozo A B

Desarrollo del alambre a 5°	= $60,0002 (1 + 0,000011 \times 5)$	= 60,0035 m.
» deducido		= 60,0035 - 11,1608 = 48,8427 »
Correccion arco-ménos cuerda	(fórmulas 2, 7 i 8)	= -0,0018 »
		Longitud calculada = 48,8409 m.

Trozo no

Desarrollo del alambre a $5^{\circ}1'$ = $60,0002 (1 + 0,000011 \times 5,1) = 60,0036$ m.

Correccion arco-ménos cuerda. (ya conocida) = $0,0032$ »

—————
 Lonjitud calculada = $60,0004$ m.

Trozo op

Desarrollo del alambre a $5^{\circ}5'$ = $60,0002 (1 + 0,000011 \times 5,5) = 60,0038$ m.

Correccion arco ménos cuerda. (ya conocida) = $-0,0032$ »

—————
 Lonjitud calculada = $60,0006$ m.

Trozo q B

Desarrollo de la huincha a $5,7^{\circ}$ = $24,996 (1 + 0,000011 \times 5,7) = 24,9975$ m.

Correccion arco-ménos cuerda. (fórmulas 2, 7 i 8) = $-0,0057$ »

—————
 Lonjitud calculada = $24,9918$ m.

Trozo pq

Desarrollo medido a $5,8^{\circ}$ = $10,665 (1 + 0,000011 \times 5,8) = 10,6657$ m.

Correccion de la huincha. = $\frac{10,7}{25} \times 0,004 = -0,0017$ »

Correccion arco-ménos cuerda. (fórmulas 2, 7 i 8) = $-0,0004$ »

—————
 Lonjitud calculada = $10,6636$ m.

Reduccion al horizonte. — Base A B

Con los resultados obtenidos para los distintos trozos de la base se llega a formar el siguiente cuadro que suministra la base reducida al horizonte.

$$A'B' = l - c$$

$$l - c = 2l \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A$$

Indicaciones	Lonjitudes l	ANGULOS		$\log l$	$\log. l + \log. 2$	$\log. \operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	$2 \log. \operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	$\log. l + \log. 2$ $+ 2 \log. \operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	$l - c$
		A	$\frac{1}{2} A$						
	m.								
$A m$	48.8409	5°-03'	2°-31'-30"	1.6887836	1.9898136	2.6439982	3.2879964	1.2778100	0.1896
$m n$	11.1609	13°-07'	6°-33'-30"	1.0476992	1.3487292	1.0577221	2.1154442	1.4641734	0.2912
$n o$	60.0004	15°-00'	7°-34'-30"	1.7781542	2.0791842	1.1199941	2.2399882	0.3191724	2.0853
$o p$	60.0006	7°-00'	3°-30'-00"	1.7781556	2.0791856	2.7856753	3.5713506	1.6505362	0.4472
$p q$	10.6636	8°-58'	4°-29'-00"	1.0279038	1.3289338	2.8930351	3.7860702	1.1150040	0.1303
$q B$	24.9918	14°-06'	7°-03'-00"	1.3977975	1.6988275	1.0889700	2.1779400	1.8767675	0.7530
	215.6582								3.8966

$$A'B' = 215,6582 - 3,8966 = 211,7616 \text{ m.}$$

Medida de la base de comprobacion EG

Los datos recojidos en el terreno son los que indica el cuadro siguiente:

Indicaciones	Tensiones	Temperaturas	Desarrollos anotados	Inclinaciones	OBSERVACIONES
Trozo 1	10 kllgs.	12.°4 c	Un alambre	-1°-06'	} Con la huincha.
» 2	5 »	12.°5 »	m. 9.230	+7°-55'	
» 3	5 »	14.°5 »	m. 15.765	-0°-41'	
» 4	5 »	14.°5 »	m. 7.320	+1°-39'	

CORRECCIONES DE LA BASE EG

Trozo 1

Desarrollo del alambre a 12°4. . . . = 60.0002 (1 + 0,000011 × 12,4) = 60,008 m.

Correccion arco-ménos cuerda. . . . (ya conocida) = -0,003 »

Lonjitud calculada = 60,005 m.

Trozo 2

Desarrollo medido a 12°5 = 9,23 (1 + 0,0000111 × 2,5) = 9,232 m.
 Correccion arco-ménos cuerda (fórmulas 2, 7 i 8) = -0,000 »
 Lonjitud calculada = 9,232 m.

Trozo 3

Desarrollo medido a 14°5 = 15,765 (1 + 0,000011 × 14,5) = 15,767 m.
 Correccion arco-ménos cuerda = -0,001 »
 Lonjitud calculada = 15,766 m.

Trozo 4

Desarrollo medido a 14°5 = 7,32 (1 + 0,000011 × 14,5) = 7,321 m.
 Correccion arco-ménos cuerda = 0,000 »
 Lonjitud calculada = 7,321 m.

REDUCCION AL HORIZONTE — BASE EG

$$E'G' = l - c$$

$$l - c = 2l \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2} A$$

Indicaciones	Lonjitudes	ANGULOS		log. <i>l</i>	log. <i>l</i> + log. 2	log. $\operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	2 log. $\operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	log. <i>l</i> + log. 2 + 2 log. $\operatorname{sen} \frac{1}{2} A$	<i>l</i> - <i>c</i>
		<i>A</i>	$\frac{1}{2} A$						
	m.								
Trozo 1	60.005	1°-06'	0°-33'-00"	1.7781874	2.0792174	3.9822334	5.9644668	2.0436842	0.011
» 2	9.232	7°-55'	3°-57'-30"	0.9652958	1.2663258	2.8390442	3.6780884	2.9444142	0.088
» 3	15.766	0°-41'	0°-20'-30"	1.1977215	1.4987515	3.7754774	5.5509448	3.0496963	0.001
» 4	7.321	1°-39'	0°-49'-30"	0.8645704	1.1656004	2.1583163	4.3166326	3.4822330	0.003
	92.324								0.103

$$E'G' = 92,324 - 0,103 = 92,22 \text{ m.}$$

(Concluirá)



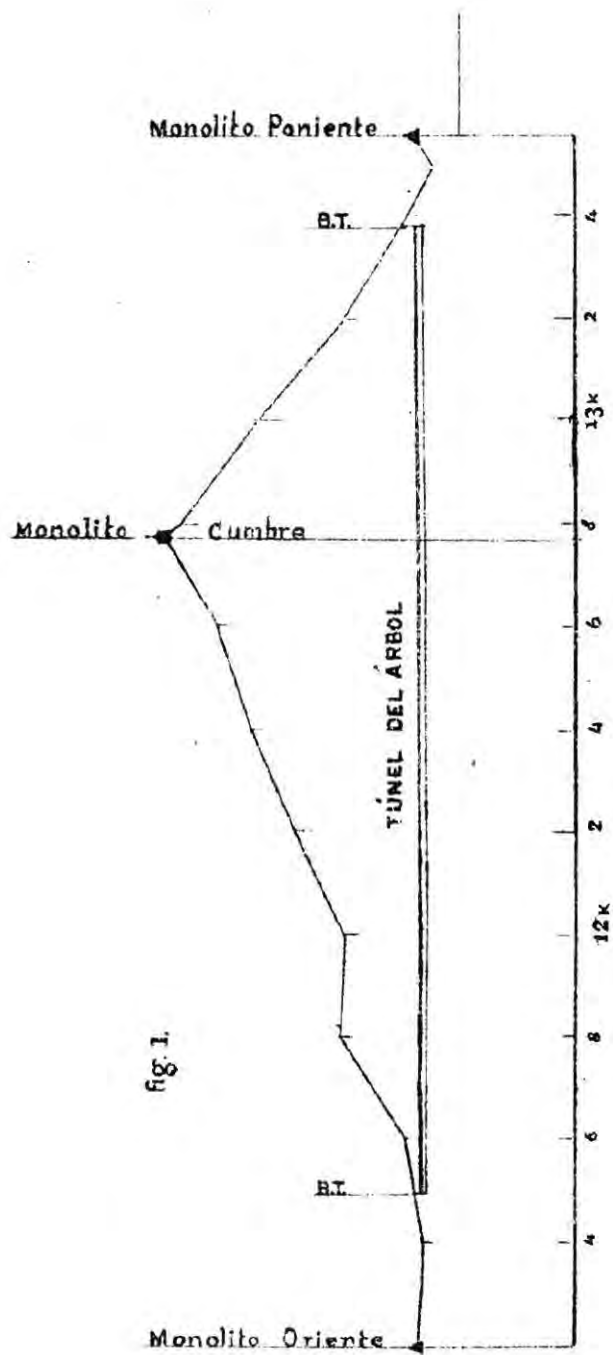


fig. 1.

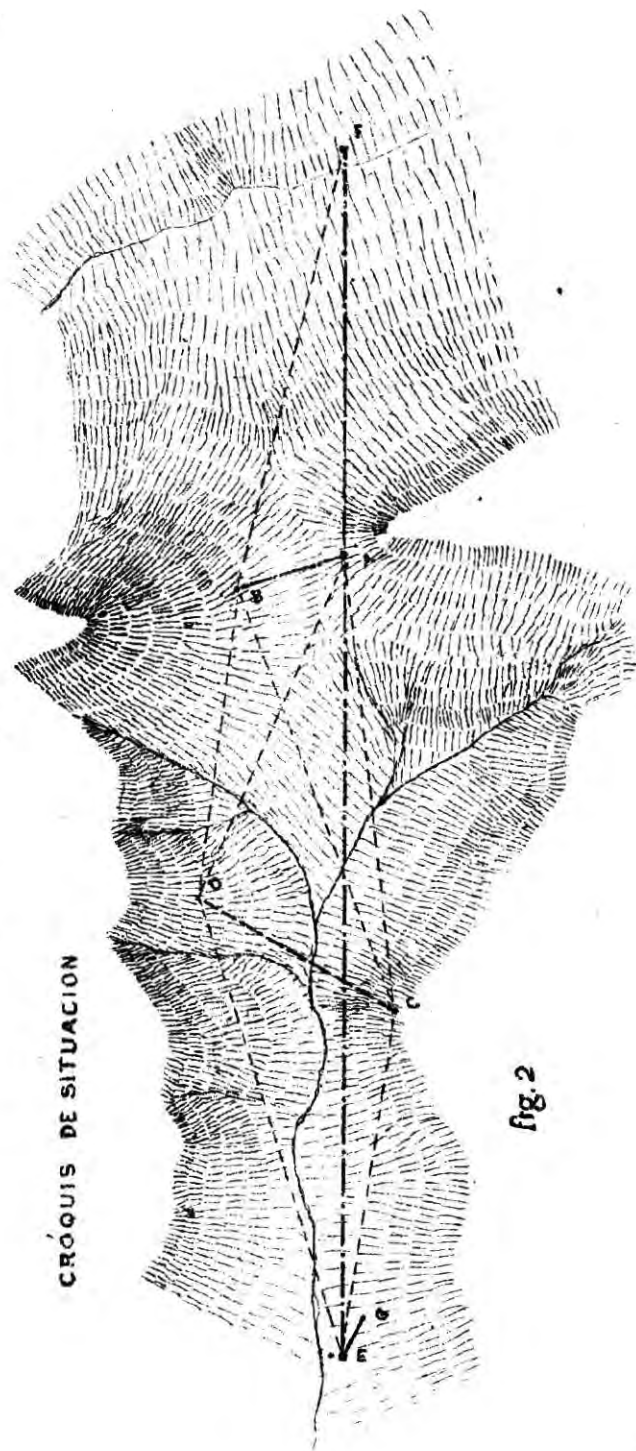


fig. 2.

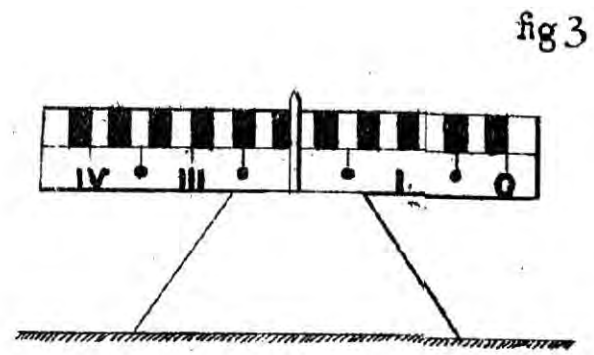


fig. 3.

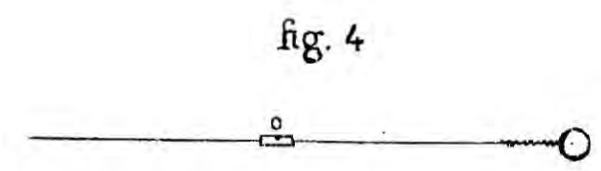


fig. 4.

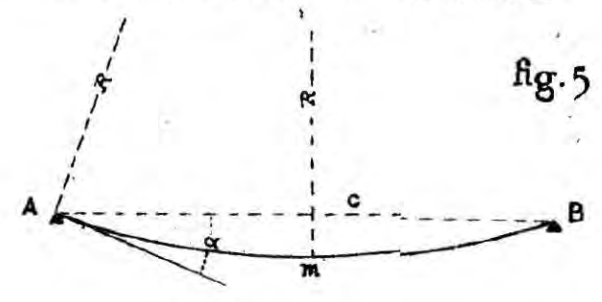


fig. 5.

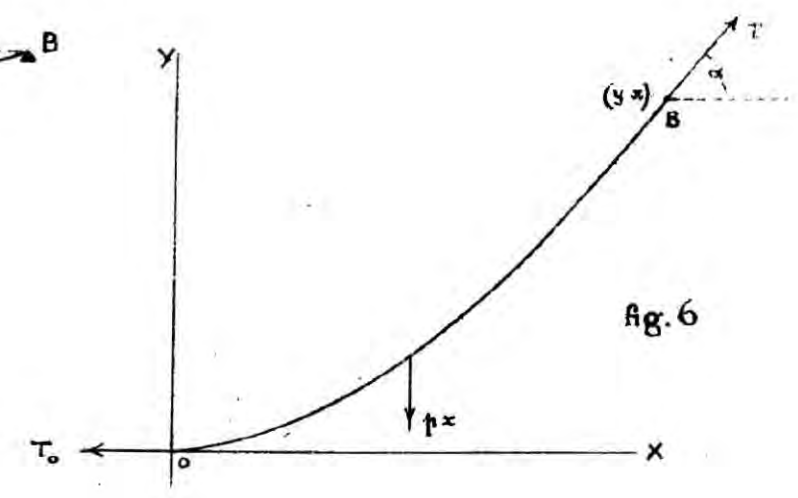


fig. 6.

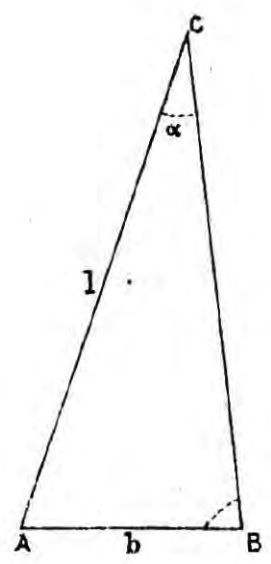
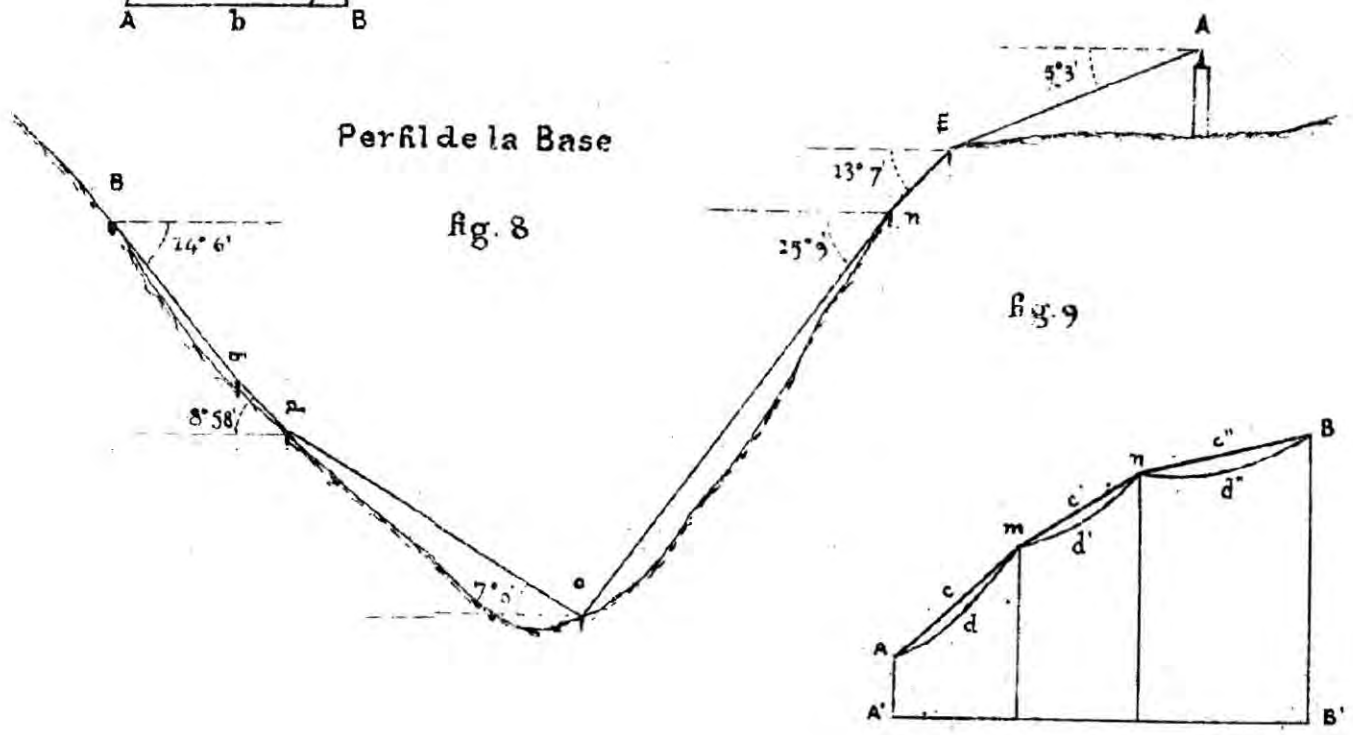


fig. 7.



Perfil de la Base

fig. 8.

fig. 9.