

CÁLCULO GRÁFICO

DE LA NUEVA FÓRMULA DE BAZIN

En el *Giornale del Genio Civile*, correspondiente a Setiembre Octubre de 1901, ha publicado el ingeniero señor Eutichio Bonaventura una interesante memoria sobre el cálculo gráfico de la nueva fórmula de Bazin.

Por su positiva utilidad, a continuación damos a conocer el trabajo del señor Bonaventura.

La fórmula propuesta por Bazin, como resultado de sus experiencias, es:

$$V = \frac{87\sqrt{RI}}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

en la cual:

V = velocidad media del agua.

R = radio medio de la sección mojada.

I = pendiente del canal.

γ = un coeficiente variable según la naturaleza de las paredes del cauce, teniéndose así para:

<i>Paredes muy lisas</i> (cemento, madera acepillada, etc.)	$\gamma = 0,06$
<i>Paredes lisas</i> (tablas, ladrillos, piedra tallada, etc.)	$\gamma = 0,16$
<i>Paredes poco lisas</i> (albañilería de bolones, etc.)	$\gamma = 0,46$
<i>Paredes de naturaleza mixta</i> (sección muy regular de tierra, canales revestidos de empedrado, etc.)	$\gamma = 0,85$
<i>Paredes de tierra en canales ordinarios</i>	$\gamma = 1,30$
<i>Paredes de tierra en canales que presentan resistencia excepcional</i> (fondo de cascajo, paredes cubiertas de yerbas, etc.)	$\gamma = 1,75$

El hecho de que tanto la fórmula anterior como todas las que ligan entre sí la velocidad, el radio medio i la pendiente de un canal, imponen muchos tanteos antes de obtener un resultado aceptable, ha conducido al autor a estudiar la posibilidad de representar

la fórmula por un gráfico que diese rápidamente, con la aproximación suficiente, el resultado que se persigue.

Con tal fin, escribamos:

$$\frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = c \quad (1)$$

La fórmula de Bazin quedará entonces:

$$V = c \sqrt{R I}$$

Consideremos solamente el valor c i en su expresión (1) introduzcamos:

$$c = y \quad \sqrt{R} = x$$

Tendremos:

$$y \left(1 + \frac{\gamma}{x} \right) = 87$$

O sea:

$$y x + \gamma y - 87 x = 0 \quad (2)$$

ecuación del 2.º grado en x e y que representa una hipérbola.

El centro de esta hipérbola será la intersección de las dos rectas

$$\frac{1}{2} y - \frac{87}{2} = 0 \quad \text{i} \quad \frac{1}{2} x + \frac{\gamma}{2} = 0$$

o sea, como coordenadas del centro:

$$y = 87 \quad x = -\gamma$$

La ecuación (2) hace ver, además, que la hipérbola pasa por el origen, puesto que para $x=0$ se tiene $y=0$.

Transformando la (2) en coordenadas polares se tiene:

$$\rho^2 \operatorname{sen} a \cos a + \gamma \rho \operatorname{sen} a - 87 \rho \cos a = 0$$

De donde

$$\rho = \frac{87 \cos a - \gamma \operatorname{sen} a}{\operatorname{sen} a \cos a}$$

Haciendo

$$\operatorname{sen} a \cos a = 0 \quad (3)$$

se tendrá

$$\rho = \infty$$

Según (3) los puntos en el infinito de la hipérbola corresponden a los valores

$$a = \begin{cases} 0^\circ \\ 90^\circ \end{cases}$$

Lo que nos dice que esos puntos en el infinito se encuentran respectivamente en la dirección del eje de las x i en la del eje de las y .

Encontremos las asíntotas. La ecuación de la tangente en un punto cualquiera (x, y) es dada por la ecuación diferencial:

$$\frac{\partial F}{\partial x}(\xi - x) + \frac{\partial F}{\partial y}(\eta - y) = 0$$

en la cual ξ i η son las coordenadas corrientes. Aplicando esta ecuación a la (2) se obtiene:

$$(y - 87)(\xi - x) + (x + \gamma)(\eta - y) = 0$$

Reduciendo i teniendo presente la ecuación (2), resulta:

$$y \xi + \gamma \eta + x \eta - x y - 87 \xi = 0,$$

la cual, en coordenadas polares, se convierte en:

$$\rho (y \cos \alpha + \gamma \operatorname{sen} \alpha + x \operatorname{sen} \alpha - 87 \cos \alpha) = x y$$

De donde:

$$\rho = \frac{x y}{y \cos \alpha + \gamma \operatorname{sen} \alpha + x \operatorname{sen} \alpha - 87 \cos \alpha}$$

Para $\rho = \infty$ se tendrá:

$$y \cos \alpha + \gamma \operatorname{sen} \alpha + x \operatorname{sen} \alpha - 87 \cos \alpha = 0$$

I substituyendo sucesivamente los valores de α obtenidos de la ecuación (3), tendremos las dos ecuaciones de las asíntotas:

$$y = 87, \quad x = -\gamma$$

Lo que nos dice que las asíntotas son dos paralelas al eje de las x i al de las y trazadas por el centro encontrado (fig. 1).

Ahora refiramos la hipérbola al centro.

Para ésto traslademos los ejes x y y paralelamente a si mismos con el nuevo orijen en el centro C . Las nuevas coordenadas x', y' estarán ligadas a las primitivas x, y por las relaciones:

$$y' = y - 87, \quad x' = x + \gamma.$$

Substituyamos en (2) i tendremos:

$$(x' - \gamma)(y' + 87) + (y' + 87)\gamma - 87(x' - \gamma) = 0$$

La cual da como último resultado:

$$x' y' = -87 \gamma, \quad (4)$$

que es la ecuación de una hipérbola equilátera.

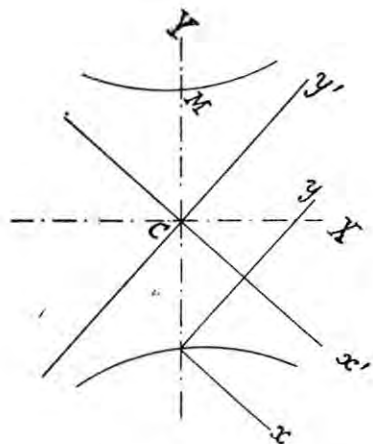


Fig. 1

Los ejes de esta hipérbola serán por consiguiente las bisectrices de los ángulos formados por las asíntotas x' , y' ; i la ecuacion de la curva referida a los nuevos ejes X , Y , a 45° con los primeros, se obtendrá haciendo

$$x' = X \cos 45^\circ - Y \sin 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} (X - Y).$$

$$y' = X \sin 45^\circ + Y \cos 45^\circ = \sqrt{\frac{1}{2}} (X + Y)$$

Con lo que la (4) queda:

$$Y^2 - X^2 = 174 \gamma \quad (5)$$

La longitud CM (fig. 1), o sea la abscisa del vértice, será segun (5):

$$CM = \sqrt{174 \gamma}$$

Se tienen así todos los elementos para construir la hipérbola, lo que se ha hecho en la figura 2, en la cual se han dibujado las seis hipérbolas correspondientes a los seis valores de γ :

$$0.06; \quad 0.16; \quad 0.46; \quad 0.85; \quad 1.30; \quad 1.75$$

Las ordenadas de estas hipérbolas nos dan el valor correspondiente del coeficiente c para un valor dado del radio medio.

Pero lo que importa en los cálculos es obtener rápidamente el valor de la velocidad en una seccion dada, conociendo el radio medio i la pendiente del canal. Hé aquí como esto puede conseguirse fácilmente.

Tomemos nuevamente la fórmula de Bazin con los símbolos ya introducidos:

$$V = c. x \sqrt{I}$$

Será necesario encontrar segmentos que sean los productos de los segmentos c , dados por las ordenadas de las hipérbolas, por $x \sqrt{I}$. En otros términos, dado un valor x_r , de la raíz del radio medio, i el valor de la pendiente I , bastará multiplicar la ordenada y_r correspondiente de la curva por la abscisa x_r i reducir este producto en la escala \sqrt{I} , operaciones que pueden ejecutarse mui espeditamente valiéndose de la escuadra.

CÁLCULO GRÁFICO DE LA NUEVA FÓRMULA DE BAZIN

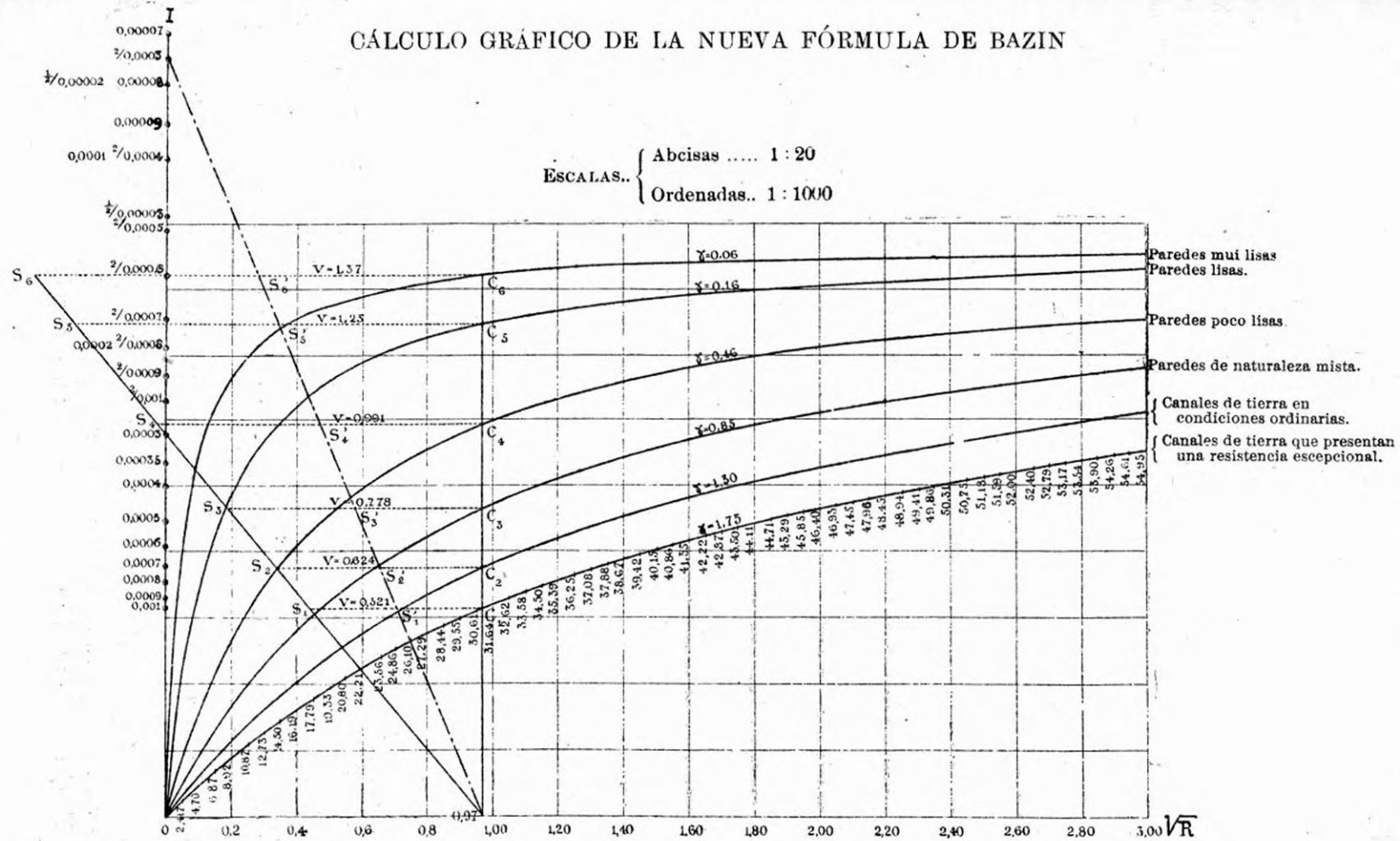


Fig. 2

Efectivamente, sean (fig. 3): OCQ una cualquiera de las hipérbolas, OM el valor dado de x_r i

$$OP = \frac{1}{\sqrt{I}}$$

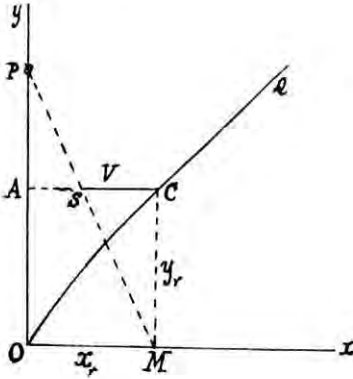


Fig. 3

Unamos P con M i levantemos la ordenada de M hasta su interseccion C con la hipérbola. Por C tracemos la paralela al eje de las x hasta encontrar en S a la recta PM . Vamos a demostrar que SC es la velocidad buscada.

En efecto, de los dos triángulos semejantes APS i SCM , se obtiene:

$$\frac{CS}{SA} = \frac{CM}{AP}$$

I de los triángulos APS i POM :

$$\frac{OM}{SA} = \frac{OP}{AP}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{CS}{OM} = \frac{CM}{OP}$$

De donde:

$$CS = \frac{OM \times CM}{OP} = \frac{x_r y_r}{\frac{1}{\sqrt{I}}} = x_r y_r \sqrt{I}$$

que es la expresion de la velocidad buscada.

Uso del gráfico. (Fig. 2).—Se han trazado en él dos ejes rectangulares. En uno de esos ejes se han llevado diversos valores de \sqrt{R} , desde cero hasta 3, a la escala de 1:10; en el otro se han llevado los valores de $\frac{1}{\sqrt{I}}$. Además se han trazado las seis hipérbolas correspondientes a los seis valores del coeficiente γ de Bazin. Para facilitar el trazado de estas hipérbolas, i para obtener mayor exactitud, se han calculado por logaritmo, i directamente con la fórmula, las ordenadas de esas hipérbolas para los diversos valores de \sqrt{R} . Estos valores se encuentran en la tabla anexa.

Un ejemplo da una idea clara del modo de usar el gráfico.

Sea un canal cuya sección se halla indicada en la fig. 4. Sea 0.0003 la pendiente i i 1 m. la altura del agua.

Se trata de determinar la velocidad correspondiente para las seis distintas categorías de paredes consideradas por Bazin.

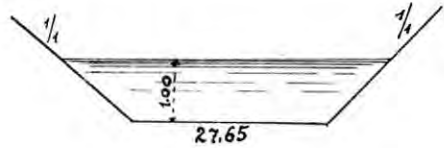


Fig. 4

Tendremos:

Area de la sección: $\Omega = \frac{57.30}{2} = \text{m.}^2 28.65$

Perímetro mojado: $\chi = 27.65 + 2.83 = \text{m.} 30.48$

Radio medio: $R = \frac{\Omega}{\chi} = 0.94$

De lo que se deduce: $\sqrt{R} = 0.97$

Uniendo el punto $\sqrt{R} = 0.97$ (abscisas) con el punto $I = 0.0003$ (ordenadas) i levantando la ordenada del punto 0,97 basta encontrar en $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ a las diversas curvas, los segmentos $C_1S_1, C_2S_2, C_3S_3, \dots, C_6S_6$ darán respectivamente las velocidades buscadas, las cuales, medidas gráficamente, resultan:

$C_1S_1 = \text{m.} 0,520,$

$C_2S_2 = \text{m.} 0,625$

Por el cálculo tendríamos:

$$C_1S_1 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{1,75}{0,97}} = 0,520,$$

$$C_2S_2 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{1,30}{0,97}} = 0,625,$$

$$C_3S_3 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{0,85}{0,97}} = 0,778,$$

$$C_4S_4 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{0,46}{0,97}} = 0,990,$$

$$C_5S_5 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{0,16}{0,97}} = 1,254,$$

$$C_6S_6 = \frac{87 \times 0,97 \sqrt{0,0003}}{1 + \frac{0,06}{0,97}} = 1,375.$$

Observacion.—En el caso que los puntos S salieran fuera del gráfico, se usarán los puntos I señalados con el signo 2), teniendo presente que los valores de la velocidad son en este caso el doble de los que se obtienen en el gráfico en C_6S_6, C_5S_5, C_4S_4 , etc. Así

tambien para los puntos *I* que salgan fuera de dibujo, se usarán los señalados con el signo $\frac{1}{2}$, siendo en este caso los valores de la velocidad la mitad de los obtenidos gráficamente.

Tal es el trabajo del señor Bonaventura que hemos extractado a veces, pero que por lo jeneral nos hemos limitado simplemente a traducirlo.

MANUEL TRUCCO
Ingeniero civil.

Santiago, Febrero de 1902.



CÁLCULO GRÁFICO DE LA NUEVA FÓRMULA DE BAZIN
 TABLA DE LAS ORDENADAS

$\gamma=1.75$		$\gamma=1.30$		$\gamma=0.85$		$\gamma=0.46$		$\gamma=0.16$		$\gamma=0.06$	
\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c
										0.01	12,429
										0.02	21,750
										0.03	29,000
										0.04	34,800
0.05	2,417	0.05	3,222	0.05	4,833	0.05	8,529	0.05	20,714	0.05	39,454
										0.06	43,500
										0.07	46,846
										0.08	49,714
										0.09	52,200
0.10	4,703	0.10	6,215	0.10	9,158	0.10	15,536	0.10	33,461	0.10	54,375
0.15	6,868	0.15	9,000	0.15	13,050	0.15	21,393	0.15	42,097	0.15	62,143
0.20	8,923	0.20	11,600	0.20	16,571	0.20	26,364	0.20	48,333	0.20	66,922
0.25	10,875	0.25	14,032	0.25	19,773	0.25	30,634	0.25	53,049	0.25	70,161
0.30	12,732	0.30	16,312	0.30	22,695	0.30	34,342	0.30	56,739	0.30	72,500
0.35	14,500	0.35	18,454	0.35	25,375	0.35	37,592	0.35	59,706	0.35	74,268
0.40	16,186	0.40	20,471	0.40	27,840	0.40	40,465	0.40	62,143	0.40	75,652
0.45	17,795	0.45	22,371	0.45	30,115	0.45	43,022	0.45	64,181	0.45	76,765
0.50	19,333	0.50	24,167	0.50	32,222	0.50	45,312	0.50	65,910	0.50	77,679
0.55	20,804	0.55	25,865	0.55	34,171	0.55	47,376	0.55	67,394	0.55	78,443
0.60	22,213	0.60	27,474	0.60	35,917	0.60	49,245	0.60	68,684	0.60	79,092
0.65	23,562	0.65	29,000	0.65	37,699	0.65	50,946	0.65	69,815	0.65	79,648
0.70	24,857	0.70	30,450	0.70	39,290	0.70	52,500	0.70	70,814	0.70	80,132
0.75	26,100	0.75	31,829	0.75	40,781	0.75	53,926	0.75	71,703	0.75	80,556
0.80	27,294	0.80	33,143	0.80	42,181	0.80	55,238	0.80	72,500	0.80	80,930
0.85	28,442	0.85	34,395	0.85	43,502	0.85	56,450	0.85	73,218	0.85	81,264

$\gamma=1.75$		$\gamma=1.30$		$\gamma=0.85$		$\gamma=0.46$		$\gamma=0.16$		$\gamma=0.06$	
\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c
0.90	29,547	0.90	35,590	0.90	44,742	0.90	57,573	0.90	73,868	0.90	81,562
0.95	30,611	0.95	36,733	0.95	45,916	0.95	58,617	0.95	74,459	0.95	81,832
1.00	31,636	1.00	37,826	1.00	47,027	1.00	59,589	1.00	75,000	1.00	82,075
1.05	32,625	1.05	38,872	1.05	48,078	1.05	60,497	1.05	75,496	1.05	82,297
1.10	33,579	1.10	39,875	1.10	49,076	1.10	61,346	1.10	75,952	1.10	82,500
1.15	34,500	1.15	40,837	1.15	50,025	1.15	62,142	1.15	76,374	1.15	82,686
1.20	35,390	1.20	41,760	1.20	50,926	1.20	62,892	1.20	76,764	1.20	82,857
1.25	36,250	1.25	42,647	1.25	51,785	1.25	63,596	1.25	77,128	1.25	83,025
1.30	37,082	1.30	43,500	1.30	52,604	1.30	64,261	1.30	77,466	1.30	83,162
1.35	37,881	1.35	44,305	1.35	53,386	1.35	64,889	1.35	77,781	1.35	83,298
1.40	38,667	1.40	45,111	1.40	54,133	1.40	65,484	1.40	78,077	1.40	83,425
1.45	39,422	1.45	45,854	1.45	54,847	1.45	66,047	1.45	78,354	1.45	83,543
1.50	40,154	1.50	46,607	1.50	55,531	1.50	66,582	1.50	78,614	1.50	83,654
1.55	40,864	1.55	47,281	1.55	56,187	1.55	67,089	1.55	78,856	1.55	83,758
1.60	41,552	1.60	48,000	1.60	56,816	1.60	67,572	1.60	79,091	1.60	83,855
1.65	42,220	1.65	48,661	1.65	57,420	1.65	68,033	1.65	79,309	1.65	83,947
1.70	42,870	1.70	49,300	1.70	57,999	1.70	68,472	1.70	79,516	1.70	84,034
1.75	43,500	1.75	49,918	1.75	58,557	1.75	68,891	1.75	79,712	1.75	84,116
1.80	44,113	1.80	50,516	1.80	59,094	1.80	69,292	1.80	79,898	1.80	84,194
1.85	44,708	1.85	51,095	1.85	59,611	1.85	69,675	1.85	80,074	1.85	84,267
1.90	45,288	1.90	51,656	1.90	60,109	1.90	70,042	1.90	80,243	1.90	84,337
1.95	45,851	1.95	52,200	1.95	60,589	1.95	70,394	1.95	80,403	1.95	84,403
2.00	46,400	2.00	52,727	2.00	61,052	2.00	70,732	2.00	80,555	2.00	84,466
2.05	46,934	2.05	53,239	2.05	61,500	2.05	71,072	2.05	80,701	2.05	84,526
2.10	47,454	2.10	53,735	2.10	61,982	2.10	71,203	2.10	80,841	2.10	84,583
2.15	47,961	2.15	54,217	2.15	62,350	2.15	71,667	2.15	80,974	2.15	84,638

$\gamma = 1.75$		$\gamma = 1.30$		$\gamma = 0.85$		$\gamma = 0.46$		$\gamma = 0.16$		$\gamma = 0.06$	
\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c	\sqrt{R}	c
2.20	48,456	2.20	54,686	2.20	62,754	2.20	71,955	2.20	81,102	2.20	84,690
2.25	48,937	2.25	55,141	2.25	63,145	2.25	72,232	2.25	81,224	2.25	84,740
2.30	49,407	2.30	55,583	2.30	63,523	2.30	72,500	2.30	81,341	2.30	84,788
2.35	49,866	2.35	56,014	2.35	63,890	2.35	72,758	2.35	81,454	2.35	84,824
2.40	50,314	2.40	56,432	2.40	64,246	2.40	73,007	2.40	81,562	2.40	84,878
2.45	50,750	2.45	56,840	2.45	64,590	2.45	73,247	2.45	81,667	2.45	84,920
2.50	51,176	2.50	57,237	2.50	64,925	2.50	73,480	2.50	81,767	2.50	84,961
2.55	51,593	2.55	57,623	2.55	65,250	2.55	73,704	2.55	81,863	2.55	85,000
2.60	52,000	2.60	58,000	2.60	65,565	2.60	73,922	2.60	81,956	2.60	85,038
2.65	52,398	2.65	58,367	2.65	65,871	2.65	74,132	2.65	82,046	2.65	85,074
2.70	52,786	2.70	58,725	2.70	66,169	2.70	74,335	2.70	82,133	2.70	85,110
2.75	53,167	2.75	59,074	2.75	66,453	2.75	74,533	2.75	82,216	2.75	85,142
2.80	53,538	2.80	59,415	2.80	66,739	2.80	74,724	2.80	82,297	2.80	85,175
2.85	53,902	2.85	59,747	2.85	67,013	2.85	74,909	2.85	82,375	2.85	85,206
2.90	54,258	2.90	60,071	2.90	67,280	2.90	75,089	2.90	82,451	2.90	85,236
2.95	54,606	2.95	60,388	2.95	67,539	2.95	75,263	2.95	82,524	2.95	85,266
3.00	54,947	3.00	60,698	3.00	67,808	3.00	75,433	3.00	82,595	3.00	85,294