

DETERMINACION DE LA HORA CON EL ANTEOJO CENITAL

Los excelentes resultados que se obtienen con el método de Talcott en las determinaciones de latitud, han influido en el sentido de jeneralizarlo cada dia mas, a pesar del aumento de labor en los cálculos de reduccion, sobre la simple observacion de alturas meridianas con el universal. Aunque en este último caso, se puede siempre dar a las estrellas una distribucion tal, de modo que en el promedio se eliminen ciertos errores, no se está seguro, sin embargo, de que las anomalias de la refraccion queden tambien eliminadas, a causa de la mayor duracion de las observaciones, que afecta sin duda la constancia de su influencia, para una altura dada, siendo, por otra parte, la medida de pequeños ángulos por medio de tornillos microméticos superior al empleo de círculos graduados.

El método de Talcott, empleando parejas de estrellas que no difieran mas de veinte minutos en ascension recta i midiendo con el auxilio de un tornillo micrométrico bien estudiado, la diferencia de distancia cenital, pudiéndose ademas combinar las parejas como lo indica Doolittle, de modo a eliminar en el promedio la influencia de pequeñas incertidumbres en el valor de la vuelta del tornillo, permite prácticamente, obtener la eliminacion de los errores, no solo de la refraccion e instrumento, sino tambien con un gran número de parejas las que afectan a las declinaciones de las estrellas observadas.

Aunque las condiciones que exige la observacion de parejas, impone el uso de catálogos de estrellas, siendo naturalmente las coordenadas que se dan en ellos, inferiores en exactitud a las de las estrellas fundamentales, sin embargo, haciendo una buena seleccion i observando en gran número de estrellas como se ha indicado, la esperiencia ha demostrado por la concordancia de los resultados de las séries de varias noches de observacion que la eliminacion de los errores de coordenadas se consigue; existe, sin embargo, como lo hace notar Hagen (*Ueber einen moeglichen systematischen Fehler des Zenitteleskops.*—*Astr. Nach.*—1895) la posibilidad de un error constante pero de pequeño valor.

Los cálculos de reduccion de coordenadas de estrellas, de las posiciones médias a las aparentes, han quedado notablemente reducidos efectuándolos para el promedio de las declinaciones i haciendo uso de los procedimientos indicados por Jacoby. (*Astr. Journal* Núm. 238) i el astrónomo japonés Kimura (*Astr. Nach.* Núm. 3,541). Por otro lado el empleo de las fórmulas diferenciales deducidas por Preston para el uso en la oficina del

Coast Survey de EE. UU. así tambien como los gráficos del mismo astrónomo reducen a la cuarta parte la labor del cálculo de reduccion al dia.

Las tablas de Finlay (*Star-Correction Tables—Cape of Good Hope—1895*) permiten en combinacion con las de multiplicacion de Crelle, simplificar notablemente las operaciones i se emplean hoy dia hasta en el cálculo de las efemérides.

Si se trata ya de la formacion de un catálogo especial en una oficina, naturalmente que la exactitud de las coordenadas es mayor; como modelo podríamos citar el de Boss: *US. Northern Boundary Commission—Declinations of fixed stars*. Puede darse tambien en ese caso los números de Bessel para la reduccion al dia i simplificarse notablemente la determinacion de éstos con el uso de las tablas de Turner: *Tables for facilitating the computation of Stars-constants as arranged by E. J. Stone, by H. H. Turner—London—1897*.

Lo espuesto anteriormente deja de manifiesto la notable simplificacion que ha experimentado el método de Talcott en cuanto a los cálculos de reduccion; el empeño gastado en conseguirlo se debe a su vasto empleo hoy dia i por ser el método usado en las observaciones de alta precision para el estudio de la variacion de la latitud i efectuados por acuerdo de la Asociacion Jeodésica Internacional. Ademas, las determinaciones llevadas a cabo en varios observatorios con el método en cuestion han dado resultados con un mérito equivalente a los valores de largas séries con el anteojo meridiano en períodos no menos estensos.

El instrumento que se usa en las determinaciones de latitud por la observacion de diferencias de distancia cenital es construido especialmente con este objeto i se conoce bajo el nombre de *anteojo cenital*, encontrándose su descripcion i manejo en los textos norte americanos de astronomía, como p. e.

Chauvenet—Spherical and practical Astronomy—Philadelphia—1896.

Doolittle—Practical Astronomy as applied to Geodesy and Navigation—New York—1896.

Hayford—Geodetic Astronomy—New York—1898.

Los diversos tipos de anteojo cenital construidos, pueden consultarse detalladamente en el libro de *Ambrohn: Handbuch der Astronomischen Instrumentenkunde*. Tomo II. Berlin 1899, páj. 880 i siguientes.

Dadas las circunstancias anotadas, de ser un instrumento especial para la latitud, obliga al astrónomo ocupado en la determinacion de coordenadas a llevar consigo un instrumento de pasos, lo que no sucede con el universal, destinado al mismo tiempo a observaciones de hora i latitud. Se ha propuesto algunos métodos de observacion de hora con el cenital, especiales a éste, pues se presenta el inconveniente de que la determinacion de las constantes instrumentales no es tan sencilla como en el método empleado comunmente. Por otra parte, la flexion lateral del instrumento que en el universal muchas veces no se toma en cuenta, en el anteojo cenital puede alcanzar valores notables i en el tipo de instrumento construido con muchas precauciones para el servicio de las estaciones internacionales, llega el valor de la constante de la flexion a $+1^{\circ} 2'$ segun Albrecht (*Anleitung zum Gebrauche des Zenitteleskops an den Internationalen Breitenstationen*. Berlin 1899, páj. 14).

El sistema empleado por Borrás i descrito por Albrecht, consiste en la observacion

de estrellas de mui diversa declinacion, una polar en su paso superior, otra en el inferior con jiracion de 180° al instrumento i ademas cuatro estrellas cenitales i cuatro de gran declinacion, boreal en el caso de nuestro hemisferio. Hilgard en un trabajo titulado: *On the use of the zenith telescope for observations of time.*—Washington, indicó un procedimiento que consiste en la observacion de alturas correspondientes de dos estrellas de pequeña diferencia en declinacion, una al Este, otra al Oeste del meridiano i tan próximas como posible al vertical primario, valiéndose para ello del catálogo de estrellas de la Asociacion Británica.

El método gana mucho en importancia i exactitud si se forman tablas valiéndose solo de estrellas fundamentales, para lo que hoi dia se puede tomar el catálogo publicado por el astrónomo Newcomb que fué comisionado en la Conferencia Internacional de Estrellas Fundamentales, reunida en Paris el año 1896: *Newcomb—Catalogue of fundamental stars for the epochs 1875 and 1900.*—Washington 1898. *Astronomical papers.* Vol. VIII.

Zinger, astrónomo ruso, ha desarrollado estensamente el método de alturas correspondientes de distintas estrellas (*Die Zeitbestimmung aus correspondierenden Höhen verschiedener Stern.* Leipzig 1877) este mismo autor i mas tarde Kortazzi i Wittram calcularon diversas tablas para el hemisferio norte, en el nuestro se puede hacer uso de las que publicamos en el BOLETIN DE LA SOCIEDAD DE INGENIERÍA Núm. 3—1899.

Dado que en la tabla citada no se dan sino las fórmulas, espondremos brevemente el método ántes de entrar a las observaciones. Se sabe las ventajas de la determinacion de la hora por alturas correspondientes de sol i estrellas, pues no interviniendo la graduacion del círculo, a mas de no exijirse un conocimiento mui exacto de la latitud, es libre de la influencia de la marcha del cronómetro, siempre que ella sea constante.

Si se considera los métodos de alturas correspondientes bajo el punto de vista del tiempo empleado, se presenta el inconveniente de requerirse, a lo ménos para el sol, cuatro horas, tiempo suficiente para que el estado de la atmósfera pueda cambiar enteramente i aun imposibilitar del todo la segunda observacion; en el caso de estrellas podemos limitar algo el tiempo tomándolas cercanas al cenit. En campaña no se puede estar seguro de la constancia de la marcha de un reloj durante varias horas, mas aun, en el caso de grandes variaciones de temperatura, i conviene tomar la hora ántes i despues del fenómeno observado; se ve pues, la importancia de tener un método de observacion que, llenando las condiciones respecto del corto tiempo, reuna las ventajas de las alturas correspondientes.

El método de Zinger * soluciona la cuestion por la observacion, como se ha dicho, de parejas de estrellas que difieran poco en declinacion i que lleguen a la misma altura en el momento deseado o próximo a él, una al Este, otra al Oeste del meridiano; equivale, por consiguiente, a reemplazar la observacion del sol de la mañana, en el caso de alturas correspondientes de este astro, por la estrella oriental de la pareja i el de la tarde por la occidental.

* El astrónomo mejicano Covarrubias propuso tambien diversos métodos publicados bajo el título: *Nuevos Métodos Astronómicos para determinar la hora, el azimut, la latitud i la longitud.*—F. D. COVARRUBIAS, Méjico 1867.

La observacion de las horas a que llegan ámbas estrellas a la misma altura, permitirá calcular la correccion del cronómetro, aplicando un término correctivo, dependiente de las coordenadas de los astros i latitud, al promedio de las horas observadas.

Se deduce de lo espuesto que, dada la dificultad de elejir de las efemérides una pareja apropiada i a una hora próxima a la en que se desea observar, el método no es prácticamente ventajoso sino con el uso de tablas que contengan listas de parejas escogidas para una cierta latitud i con los datos necesarios para corregir los elementos de calaje para una latitud distinta.

Supongamos dos estrellas observadas una a cada lado del meridiano i a la altura h , siendo α' i α'' sus ascensiones rectas, δ' i δ'' sus declinaciones, respectivamente, a la estrella oriental i occidental. Si representamos por T' i T'' las horas marcadas por el cronómetro de tiempo sideral, u la correccion de este i por fin T'_s i T''_s las horas siderales, se tiene:

$$T'_s = T' + u \quad \text{i} \quad T''_s = T'' + u$$

siendo los ángulos horarios:

$$\alpha' - T'_s \quad \text{i} \quad T''_s - \alpha''$$

La fórmula conocida:

$$\text{sen } h = \text{sen } \phi \text{ sen } \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

aplicada al caso presente, tomando en cuenta que h es igual para ámbas observaciones, nos da:

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{sen } h &= \text{sen } \phi \text{ sen } \delta' + \cos \phi \cos \delta' \cos (\alpha' - T'_s) \\ \text{sen } h &= \text{sen } \phi \text{ sen } \delta'' + \cos \phi \cos \delta'' \cos (T''_s - \alpha'') \end{aligned}$$

i si suponemos:

$$\frac{\delta' + \delta''}{2} = \delta \quad \quad t = \frac{\alpha' + \alpha''}{2} - \frac{T'_s - T''_s}{2}$$

o sea la existencia de una estrella ficticia, con una posicion média, se tendrá con

$$\frac{\delta' - \delta''}{2} = \epsilon \quad \text{i} \quad \frac{(\alpha' - T'_s) - (\alpha'' - T''_s)}{2} = r$$

que

$$\begin{aligned} \delta' &= \delta + \epsilon & \alpha' - T'_s &= t + r \\ \delta'' &= \delta - \epsilon & T''_s - \alpha'' &= t - r \end{aligned}$$

Si llevamos estos valores a la fórmula (1) i tenemos presente la igualdad de los segundos miembros de ella, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \text{sen } \phi \text{ sen } (\delta + \epsilon) + \cos \phi \cos (\delta + \epsilon) \cos (t + r) \\ & = \text{sen } \phi \text{ sen } (\delta - \epsilon) + \cos \phi \cos (\delta - \epsilon) \cos (t - r) \end{aligned}$$

o sea:

$$\begin{aligned} & \text{sen } \phi (\text{sen } \delta \cos \epsilon + \cos \delta \text{ sen } \epsilon) + \cos \phi (\cos \delta \cos \epsilon - \text{sen } \delta \text{ sen } \epsilon) (\cos t \cos r - \text{sen } t \text{ sen } r) \\ & = \text{sen } \phi (\text{sen } \delta \text{ sen } \epsilon - \cos \delta \cos \epsilon) + \cos \phi (\cos \delta \cos \epsilon + \text{sen } \delta \text{ sen } \epsilon) \\ & \quad (\cos t \cos r + \text{sen } t \text{ sen } r) \end{aligned}$$

i que se reduce a:

$$\text{sen } t \text{ sen } r + \text{tj } \epsilon \text{ tj } \delta \cos t \cos r = \text{tj } \epsilon \text{ tj } \phi$$

en donde solo r es desconocido.

Si hacemos con la auxiliar m :

$$\text{tj } m = \text{tj } \epsilon \text{ tj } \delta \cot t \quad (2)$$

tendremos:

$$\text{sen } (r + m) = \frac{\text{tj } \epsilon \text{ tj } \phi}{\text{sen } t} \cos m \quad (3)$$

La correccion del cronómetro será:

$$u = \frac{T'_s + T''_s}{2} - \frac{T' + T''}{2}$$

o bien:

$$u = \frac{a' + a''}{2} - \left(\frac{T' + T''}{2} + r \right)$$

Para encontrar el valor de r , nos valemos de las ecuaciones (2) i (3) equivaliendo este término a la reduccion de los instantes observados al que corresponde a una misma declinacion.

Será necesario para la observacion, calcular el instante en que ámbas estrellas llegan a la misma altura i observar una, la oriental por ejemplo, tres minutos ántes jeneralmente i la occidental el mismo tiempo despues. El calaje de altura calculado será necesario correjirlo de la variacion correspondiente a tres minutos, así como los azimutes; si quereamos observar primero la estrella oriental como se acostumbra, disminuiremos la altura i la aumentaremos para el caso que la occidental sea la primera que se observe.

El instante S de la altura igual se obtiene fácilmente haciendo en las fórmulas encontradas $T'_s = T''_s$ i escribiremos:

$$T = \frac{\alpha' - \alpha''}{2} \quad \text{tj } M = \text{tj } \epsilon \text{ tj } \delta \cot T$$

$$\text{sen } (R + M) = \frac{\text{tj } \epsilon \text{ tj } \phi}{\text{sen } T} \cos M$$

$$S = \frac{\alpha' + \alpha''}{2} - R$$

Respecto a la altura en el instante S , aplicaremos la fórmula conocida, con los ángulos horarios $\alpha' - S$, i $S - \alpha''$, luego:

$$\text{sen } h = \text{sen } \phi \text{ sen } \delta' + \cos \phi \cos \delta' \cos (\alpha' - S)$$

$$\text{sen } h = \text{sen } \phi \text{ sen } \delta'' + \cos \phi \cos \delta'' \cos (S - \alpha'')$$

Si tomamos la precaucion de elegir una serie de parejas para las cuales la diferencia de declinacion sea pequeña, dos grados como máximo en las tablas calculadas para nuestro pais, las variaciones de latitud no tendrán tan gran influencia i las parejas escojidas serán utilizables en una gran zona i ademas, la hora S de la igual altura, diferirá poco del promedio de las ascensiones rectas i lo sería exactamente en el caso de igual declinacion.

Para la formacion de tablas aceptamos una cierta latitud, 50° para las del hemisferio norte i se calcula para ella los elementos de prediccion. Si representamos por:

$$\begin{array}{llllll} \alpha_e & \delta_e & \text{Ascension recta i declinacion de la estrella oriental} \\ \alpha_o & \delta_o & \text{Id. id. id. id. id. occidental} \end{array}$$

i ademas:

$$\frac{\alpha_e - \alpha_o}{2} = \theta \quad \frac{\delta_e + \delta_o}{2} = \delta \quad \frac{\delta_e - \delta_o}{2} = \epsilon$$

podremos calcular en la misma forma que para las alturas correspondientes de sol, lo que será suficiente para los datos de prediccion dada la pequeñez de ϵ :

$$S = \frac{\alpha_e + \alpha_o}{2} + \epsilon (\text{tj } \delta \cot \theta - \text{tj } \phi \text{ cosec } \theta)$$

Si calculamos entónces los valores de S para una latitud dada, la de $+ 50^\circ$, por ejemplo, escribiremos:

$$S_o = \frac{\alpha_e + \alpha_o}{2} + \epsilon (\text{tj } \delta \cot \theta - \text{tj } 50^\circ \text{ cosec } \theta)$$

i para otra latitud se toma en la práctica, con $k = \epsilon \operatorname{cosec} \theta$ la fórmula:

$$S = S_0 + k (tj \ 50^\circ - tj \ \phi)$$

Hemos creído mas conveniente al calcular las tablas para Chile, tomar $\phi = 45^\circ$ aunque no sea la latitud media del país, pues en ese caso se tiene $tj \ \phi = I$ i escribiremos:

$$S_0 = \frac{a_e + a_o}{2} + \epsilon (tj \ \delta \cot \theta + \operatorname{cosec} \theta)$$

Ademas, tratándose de observar siempre en el mismo hemisferio se ha tomado la latitud como positiva, lo que modifica las fórmulas i se tiene para una latitud dada:

$$S = S_0 + k^{(m)} (tj \ \phi - I)$$

siendo:

$$k^{(m)} = \frac{\epsilon}{15} \operatorname{cosec} \theta$$

Hemos agregado una tabla con los valores de $tj \ \phi - I$ i para cada pareja se da S_0 i $k^{(m)}$.

Respecto al calaje se calcula el azimut i distancia cenital correspondientes a la declinacion media δ i en las fórmulas deducidas para la transformacion de coordenadas haciendo la latitud positiva, con los auxiliares ψ i H , se tiene:

$$(6) \quad \begin{cases} -\cot H = \cot \delta \cos \theta \\ \cos H = \cos \delta \sin \theta \end{cases}$$

i con ellas:

$$\cos \xi = \sin H \cos (\psi - \phi)$$

$$\cot a_s = tj \ H \sin (\psi - \phi)$$

En las tablas se da ψ , $\log \sin H$ i $\log tj \ H$ calculados los valores por las fórmulas (6) se agrega ademas lo necesario para encontrar la variacion de los elementos calculados, durante el espacio de tiempo entre la hora de la altura igual i la observacion, generalmente tres o cuatro minutos.

Para calar las estrellas se determina primeramente la lectura que corresponde al Sur en el círculo azimutal ya sea por la observacion de una elongacion máxima o bien determinando la corrección aproximada del cronómetro por medio de una estrella cenital i haciendo la puntería sobre una circumpolar a la hora cronométrica de su paso por el meridiano.

Tratándose de observaciones delicadas se puede tomar en cuenta el efecto de la abe-

rracion diurna, su valor fuera del meridiano se deduce fácilmente, pero jeneralmente se toma de una tabla.

La aberracion diurna hace avanzar la imájen del astro hácia el punto Este i para una latitud dada es $0.31'' \cos \phi$; si llamamos θ el angulo con respecto al Este, se tendrá $0.31'' \cos \phi \sin \theta$. Si imaginamos un triángulo esférico cuyos vértices son el cenit Z , el punto Este i el astro considerado, dicho triángulo tendrá por lados a 90° , θ i $90^\circ - h$, i los ángulos en los vértices: S en el astro, $90^\circ + a_s$ en el cenit i la altura habrá aumentado por efecto de la aberracion en:

$$+0.31'' \cos \phi \sin \theta \cos S = +0.31'' \cos \phi \sin a_s \sin h \dots \dots \dots (1)$$

Si diferenciamos la fórmula conocida $\sin h = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$ respecto a h i t , nos da:

$$\cos h \, dh = -\cos \phi \cos \delta \sin t \, dt$$

de donde:

$$dh = -\cos \phi \cos \delta \frac{\sin t}{\cos h} \, dt$$

En el triángulo esférico determinado por el cenit, el astro i el polo, se tiene:

$$\frac{\sin a_s}{\sin t} = \frac{\sin (90^\circ - \delta)}{\sin (90^\circ - h)} = \frac{\cos \delta}{\cos h}$$

i reemplazando en el valor de dh , obtenemos:

$$dh = -\cos \phi \sin a_s \, dt$$

lo que nos dice que $\cos \phi \sin a_s$ es la relacion del crecimiento del ángulo horario, respecto al de la altura i por tanto segun (1) la imájen aparente del astro llega a la altura h , atrasada con respecto al verdadero, de la cantidad:

$$0.31'' \sin h = 0.021'' \sin h = 0.021'' \cos \xi$$

Al ejecutar las observaciones será necesario hacer lecturas en el nivel para corregir las horas de observacion en el caso de variaciones del instrumento.

La fórmula empleada jeneralmente es, si llamamos i_e e i_o las inclinaciones correspondientes a la observacion oriental i occidental:

$$\frac{i_e - i_o}{2 \cos \phi \sin a}$$

bastando tomar un valor medio de a deducido de los cálculos de prediccion.

Cuando el retículo tiene varios hilos paralelos, se puede calcular la reduccion por las

horas anotadas para los hilos extremos cuya distancia angular se determina; en un instrumento de viaje destinado tambien a estas observaciones, hemos hecho colocar los hilos extremos próximamente a una distancia de mil segundos de arco, obteniéndose así una economia en los cálculos. Tratándose del empleo de la fórmula i siempre del mismo instrumento i lugar se puede anotar con Wittram:

$$\mu = \frac{1}{2} \beta \sec \phi$$

en donde β es el valor de una semi-division del nivel; el valor μ es constante en ese caso i la fórmula se escribirá:

$$\mu (i_c - i_o) \operatorname{cosec} \alpha$$

En el ejemplo que damos al final, para demostrar que los resultados que se obtienen con el anteojo cenital usando el método de Zinger no son en nada inferiores a los del anteojo de pasos, hemos hecho uso de un instrumento construido por la casa de Troughton i Simms, de Lóndres, por encargo de la Comision de Límites, para emplearlo en el trazado del paralelo 52° Sur; su descripcion se encuentra en el BOLETIN DE LA SOCIEDAD DE INJENIERÍA, núm. 4 — 1899.

Dicho instrumento, que está ahora a disposicion del Observatorio Astronómico, posee un retículo con varios hilos fijos verticales, ademas de uno fijo i otro móvil horizontal, siendo el valor de una vuelta de 87.6" i 2.5" el de una unidad del nivel, cuya burbuja puede regularse en longitud por medio de una pequeña cámara.

Las dos primeras parejas que se observaron como ensayo, dejaron de manifiesto que el peine que sirve para anotar el número de vueltas, limitaba mucho el campo del anteojo i que no era posible hacer la observacion con tranquilidad trayendo la estrella cerca del hilo vertical central, si se colocaba el hilo móvil de tres en tres vueltas, como se habia proyectado; en cambio, tomando cinco vueltas del tambor se disponia del tiempo suficiente para colocar con toda prolijidad el hilo móvil i regular el nivel. Es indispensable traer la imájen de la estrella a la cercania del hilo central para evitar los errores de colocacion de los hilos, lo que se obtiene con el tornillo de tanjencia del círculo horizontal.

En la série que damos como ejemplo las estrellas han sido observadas en tres hilos, el fijo central i dos posiciones distantes de este de cinco vueltas dadas al tambor del hilo móvil.

El instrumento se instaló sobre tres estacones de 0.50 mts. de madera de roble, firmemente enterrados i sobre los cuales se atornillaron las zapatas de los pies del trípode rígido, habiéndose ejecutado las observaciones al aire libre i sin carpa de proteccion. Se dispone para la iluminacion del retículo i tambor del micrómetro de una instalacion de luz eléctrica con lamparillas de pequeño voltaje alimentadas por una batería compuesta de tres o cuatro elementos secos.

EJEMPLO

Observatorio Astronómico de Santiago: $\phi = - 33^{\circ} 26' 43''$. Anteojo cenital — Cronómetro de tiempo sideral Litherland Davies i Co. núm. 310 — Observador: E. G.

11 de Marzo de 1901

1^v del micrómetro = 87.6"1^d del nivel = 2.5"

Se observa las parejas núms. 60 i 63 con tres vueltas del tornillo i las 68, 70, 73 i 76 con cinco vueltas.

Observacion:

AL ESTE					AL OESTE				
		Nombre-Mg.	Horas de ob.	Nivel ob. oc.		Nombre-Mg.	Hs. de ob.	Nivel ob. oc.	
Pareja 60	β Cuervo 2.8	17.0 ^s			ζ^s Eridano 4.1	21.3 ^s			
		38.8		42.2		10.3	42.8	41.4	9.0
		64.0 41 ^m 7 ^h		42.8		10.9	4.4 48 ^m	41.0	9.0
Pareja 63	β Cráter 4.4	16.0 ^s			ϵ Liebre 3.3	6.8 ^s			
		37.2		43.5		11.4	27.9	42.8	10.6
		58.5 0 ^m 8 ^h		44.0		12.0	49.0 7 ^m	42.6	10.4
Pareja 68	ϵ Cuervo 3.1	40.4 ^s			ϵ Liebre 3.3	56.3 ^s			
		15.4		43.4		11.0	31.2	42.0	9.6
		50.2 30 ^m 8 ^h		43.3		11.0	6.5 37 ^m	41.5	9.0
Pareja 70	β Cuervo 2.8	58.2 ^s			ϵ Liebre 3.3	10.9 ^s			
		33.0		43.8		11.6	46.0	45.8	8.5
		7.8 42 ^m 8 ^h		44.8		12.5	21.1 48 ^m	45.8	8.5
Pareja 73	γ' Virjen 2.8	59.5 ^s			δ Orion 2.2-2.7	12.6 ^s			
		36.7		42.2		9.7	49.9	42.0	9.5
		13.8 58 ^m 8 ^h		41.4		9.0	27.8 4 ^m	42.0	9.4
Pareja 76	61 Virjen 4.9	56.8 ^s			α Liebre 2.7	22.0 ^s			
		30.8		40.2		7.6	57.2	40.8	8.0
		6.0 18 ^m 9 ^h		39.0		6.5	32.0 24 ^m	40.4	7.7

Calculamos como ejemplo la primera pareja de la série de cinco vueltas.

Cálculo de la pareja 68

Se tiene 10 vueltas como distancia de las posiciones extremas i se deduce de la observacion que a cada segundo de arco del nivel corresponderán 0.079^s.

ε Cuervo	ε Liebre
8 ^h 30 ^m 15.33	8 ^h 36 ^m 31.33 1.7 ^d × 2.5 = 4.2 ["]
	Nivel -0.26
	8 ^h 36 ^m 31.07

Si designamos por U_e i U_o las horas de observacion, tendremos las fórmulas:

$$\text{Corr. cron.} = \frac{a_e + a_o}{2} - \frac{U_e + U_o}{2} + \frac{r}{15}$$

$$t = \frac{a_e - a_o}{2} - \frac{U_e - U_o}{2}$$

$$tj \ m = tj \ \delta \ tj \ \epsilon \cot t$$

$$\text{sen } (r - m) = tj \ \phi \ tj \ \epsilon \csc t \cos m$$

Con la latitud tomada como positiva.

ε Cuervo	12 ^h	5 ^m	4.89 ^s	-22°	4'	24.8"	8 ^h	30 ^m	15.33 ^s
ε Liebre	5	1	17.31	-22	30	30.6	8	36	31.07

$$\frac{a_e + a_o}{2} = 8^h \ 33^m \ 11.10^s; \frac{\delta_e + \delta_o}{2} = -22^\circ \ 17' \ 27.7''; \frac{U_e - U_o}{2} = 8^h \ 33^m \ 23.20^s$$

$$\frac{a_e - a_o}{2} = 3 \ 31 \ 53.79; \frac{\delta_e - \delta_o}{2} = + 0 \ 13 \ 2.9; \frac{U_e - U_o}{2} = -0 \ 3 \ 7.87$$

$$\frac{a_e - a_o}{2} = 3^h \ 31^m \ 53.79^s$$

$$- \frac{U_e - U_o}{2} = + 3 \ 7.87$$

$$t = 3^h \ 35^m \ 1.66^s = 53^\circ \ 45' \ 24.9''$$

$$\epsilon = \frac{\delta_e - \delta_o}{2}$$

$$\begin{aligned}
 \text{tj } m &= \text{tj } \delta \text{ tj } \epsilon \cot t & \text{sen } (r-m) &= \text{tj } \phi \text{ tj } \epsilon \csc t \cos m \\
 \log \text{ tj } \delta &= 1.61273_n & \log \text{ tj } \phi &= 1.81988 \\
 \log \text{ tj } \epsilon &= 3.57923 & \log \text{ tj } \epsilon &= 3.57923 \\
 \log \cot t &= 1.86513 & \log \csc t &= 0.09339 \\
 \log \text{ tj } m &= 3.05709_n & \log \cos m &= 1.99999 \\
 m &= -3' 55.2'' & \log \text{ sen } (r-m) &= 3.49249 \\
 & & r-m &= +10' 41.1'' \\
 & & +m &= -3' 55.2'' \\
 & & r &= -6' 45.9'' \\
 \frac{\alpha_e + \alpha_o}{2} &= 8^h 33^m 11.10^s & \frac{r}{15} &= +27.06^s \\
 -\frac{U_e + U_o}{2} &= -8 \quad 33 \quad 23.20 & & \\
 & \quad \quad \quad -12.10 & & \\
 +\frac{r}{15} &= +27.06 & & \\
 \text{Corr. cron.} &= +14.96^s & &
 \end{aligned}$$

Calculando las parejas restantes se obtiene en resumen:

(Se reduce la hora de la segunda estrella a la altura de la primera).

		Hora corregida		
60	β Cuervo	E	7 ^h 41 ^m	38.73 ^s
	ζ^3 Eridano	O	7 47	42.54
63	β Cráter	E	8 0	37.23
	ϵ Liebre	O	8 7	27.68
68	ϵ Cuervo	E	8 30	15.33
	ϵ Liebre	O	8 36	31.07
70	β Cuervo	E	8 41	33.00
	ϵ Liebre	O	8 47	45.80
73	γ' Virjen	E	8 57	36.67
	δ Orion	O	9 3	50.14
76	δ Virjen	E	9 17	31.20
	α Liebre	O	9 23	57.24

Pareja	$\frac{\alpha_e + \alpha_o}{2}$	$\frac{U_e + U_o}{2}$	$\frac{r}{15}$	Corr. cron.
60	7 ^h 43 ^m 38.05 ^s	7 ^h 44 ^m 40.63 ^s	+1 ^m 17.29 ^s	+14.71 ^s
63	8 4 3.75	8 4 2.45	+0 13.57	+14.87
68	8 33 11.10	8 33 23.20	+0 27.06	+14.96
70	8 45 15.68	8 44 39.40	-0 21.35	+14.93
73	9 1 49.90	9 0 43.40	-0 51.65	+14.85
76	9 20 49.73	9 20 44.22	+0 9.25	+14.76
				+14.85

Correccion cronómetro 310 = +14.85^s

Las dos primeras parejas se observaron con cierta precipitacion, como ya se ha dicho, especialmente la núm. 60, es de esperar, pues, que ejecutadas las observaciones para todas las parejas, con cinco vueltas como distancia de los hilos, se obtendrán mejores resultados, como lo demuestran tambien las cuatro últimas tomadas en conjunto como una sola série.

La sencillez de la instalacion empleada para el instrumento, cuya orientacion se determinó por la observacion de la elongacion máxima de una estrella circumpolar conocida, habiendo permitido llegar a buenos resultados, demuestra suficientemente la practicabilidad de las observaciones de hora con el antejo cenital, sin la laboriosa i delicada determinacion de los constantes instrumentales, para lo que se exige la perfecta invariabilidad del instrumento i por tanto es necesario instalarlo sobre un pilar de mampostería.

En el ejemplo anterior no se ha tomado en cuenta la aberracion diurna.

No hai duda que, si fuese posible formar un número suficiente de parejas de estrellas fundamentales apropiadas i de magnitud mayor que la tercera, el método de Zinger, haciendo uso del sextante i horizonte artificial i con el auxilio del dispositivo del pequeño nivel colocado sobre el brazo del nonio, ideado por el astrónomo ruso Knorre, nos permitiría ejecutar observaciones de hora con suficiente precision.

Observatorio Astronómico de Santiago, Mayo de 1901.

ERNESTO GREVE

